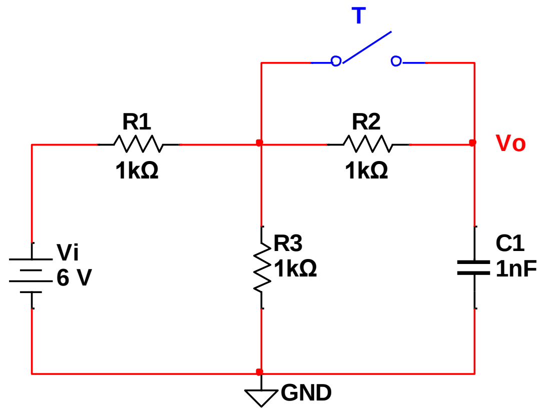
I.T.T. “M. PANETTI” – BARI
Compito n.1 Sistemi Elettronici Automatici
26 ottobre 2013 – fila 1

Nel circuito mostrato in figura sono noti:
Vi=6V, $R_1 = R_2 = R_3 = 1K\Omega$, C=1nF

Determinare:

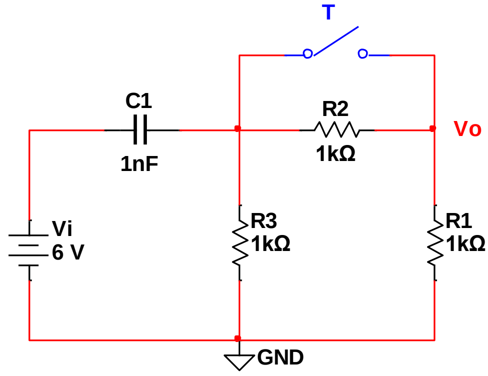
a) la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$ a tasto aperto;
b) l’espressione della tensione di uscita $v_o(t)$ a tasto aperto ed a tasto chiuso sapendo che la tensione di ingresso è un gradino di tensione di valore: $v_i(t) = 6V$;
c) determinare il valore iniziale ed il valore finale e le costanti di tempo di $v_o(t)$ nei due casi.



I.T.T. “M. PANETTI” – BARI
Compito n.1 Sistemi Elettronici Automatici
26 ottobre 2013 – fila 2

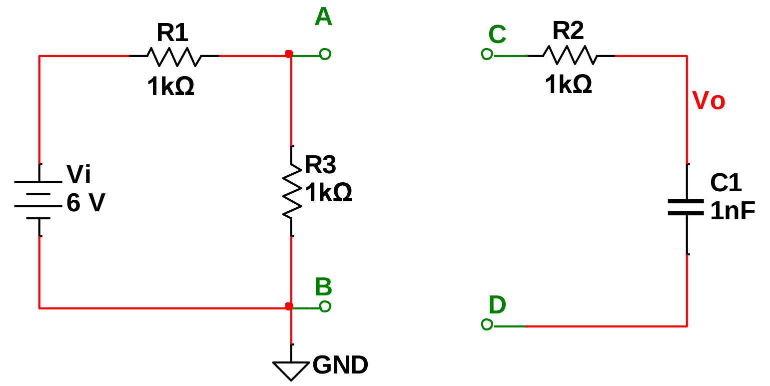
Nel circuito mostrato in figura sono noti:
Vi=6V, $R_1 = R_2 = R_3 = 1K\Omega$, C=1nF
Determinare:

d) la funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$ a tasto aperto;
e) l’espressione della tensione di uscita $v_o(t)$ a tasto aperto ed a tasto chiuso sapendo che la tensione di ingresso è un gradino di tensione di valore: $v_i(t) = 6V$;
f) determinare il valore iniziale ed il valore finale e le costanti di tempo di $v_o(t)$ nei due casi.



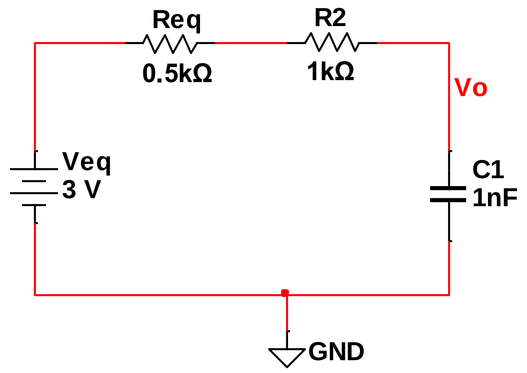
Risoluzione fila 1

Punto a)
Applico il teorema di Thevenin per semplificare il circuito.



$$V_{eq} = V_i \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 0.5 \cdot V_i = 3V; \qquad R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 0.5K\Omega$$

Il circuito semplificato è:



Posto: $R = R_{eq}+R_2$ si ha: $R = 1.5K\Omega$ a tasto aperto e: $R = 0.5K\Omega$ a tasto chiuso (R_2 cortocircuitata).

$$V_o(s) = V_{eq} \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = V_{eq} \cdot \frac{1}{1 + sRC} = V_{eq} \cdot \frac{\frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}} = 0.5 \cdot V_i(s) \cdot \frac{0.667 \cdot 10^6}{s + 0.667 \cdot 10^6}$$

Da cui si ricava la f.d.t. a tasto aperto:

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = 0.5 \cdot \frac{0.667 \cdot 10^{-6}}{s + 0.667 \cdot 10^{-6}}$$

Punto b) e punto c)
Poiché la tensione di ingresso è un gradino di tensione di ampiezza 6V si ha: $V_i(s)=6/s$, per cui:

$$V_o(s) = 0.5 \cdot V_i(s) \cdot \frac{0.667 \cdot 10^6}{s + 0.667 \cdot 10^6} = 3 \cdot \frac{0.667 \cdot 10^6}{s \cdot \left(s + 0.667 \cdot 10^6\right)} = \frac{2 \cdot 10^6}{s \cdot \left(s + 0.667 \cdot 10^6\right)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + 0.667 \cdot 10^6}$$

Ove:

$$A = \lim_{s \to 0} s \cdot V_o(s) = \lim_{s \to 0} \frac{2 \cdot 10^6}{s + 0.667 \cdot 10^6} = \frac{2}{0.667} = 3; \quad B = -A = -3$$

Applicando l'antitrasformata di Laplace alla $V_o(s)$ si ottiene:

$$v_o(t) = 3 - 3 \cdot e^{-0.667 \cdot 10^6 \cdot t}$$

La costante di tempo ed i valori iniziali e finali valgono:

$$\tau = RC = 1.5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-9} = 1.5 \mu s$$

$v_o(0)=3V$
$v_o(\infty)=0$

A tasto chiuso si ha $R_2=0$ e quindi R=0.5KΩ
Da cui:

$$\tau = RC = 0.5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-9} = 0.5 \mu s$$

$$V_o(s) = 3 \cdot \frac{2 \cdot 10^6}{s \cdot \left(s + 2 \cdot 10^6\right)} = \frac{6 \cdot 10^6}{s \cdot \left(s + 2 \cdot 10^6\right)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + 2 \cdot 10^6}$$

Da cui si ricavano gli stessi valori di A e B ottenuti a tasto aperto: A=3 e B=-3

$$v_o(t) = 3 - 3 \cdot e^{-2 \cdot 10^6 \cdot t}$$

Si osserva che la chiusura del tasto T non modifica i valori iniziale e finale della vo(t) ma riduce di un fattore 3 la costante di tempo che scende da 1.5μs a 0.5μs rendendo più veloce la risposta al gradino.

Risoluzione (sintetica) fila 2

Punto d)

A tasto aperto la resistenza equivalente vista dal condensatore e massa vale:

$R=R_3//(R_1+R_2)$= 1//2 = 0.667KΩ

$$G(s) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{0.5s}{s + 1.5 \cdot 10^6}$$ e costante di tempo τ = RC = 0.667μs

Punto e) e punto f)
A tasto aperto:

$$V_o(s) = \frac{6}{s} \cdot \frac{0.5s}{s + 1.5 \cdot 10^6} = \frac{3}{s + 1.5 \cdot 10^6}$$ ➔ $v_o(t) = 3 \cdot e^{-1.5 \cdot 10^6 \cdot t}$ ➔ $v_o(0)=3V$ e $v_o(\infty)=0$

A tasto chiuso R = $R_3//R_1$ = 0.5KΩ e la costante di tempo τ = RC = 0.5μs

$$V_o(s) = \frac{6}{s} \cdot \frac{s}{s + 2 \cdot 10^6} = \frac{6}{s + 2 \cdot 10^6}$$ ➔ $v_o(t) = 6 \cdot e^{-1.5 \cdot 10^6 \cdot t}$ ➔ $v_o(0)=6V$ e $v_o(\infty)=0$