

I.T.I. PANETTI - BARI
Compito di Sistemi n.1 - Classe 5ET sez.A – a.s. 2010/2011 - fila 1
28/10/2010

Valutazione: 3 punti per esercizio

Esercizio n.1

Determinare la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni:

$$u_1(t) = 5 \cdot e^{-4t} \cdot \cos 50t - 2 + 4t^2$$

$$u_2(t) = 10 \cdot e^{-5t} \cdot \sin 20t + t - 2t^3$$

$$u_3(t) = 12 \cdot \sin 30t + 18 \cdot \cos 15t$$

Esercizio n.2

Determinare l'antitrasformata di Laplace della seguente funzione razionale fratta applicando la scomposizione in somma di frazioni parziali ed il metodo dei residui per la determinazione dei coefficienti:

$$F(s) = \frac{50}{s^3 + 10s^2 + 16s}$$

Esercizio n.3

Determinare analiticamente e disegnare la risposta temporale del circuito R-L mostrato in fig.1 sapendo che in ingresso è applicato un gradino di tensione di ampiezza 1V e che $R=5K\Omega$ e $L=12mH$.

Antitrasforma l'uscita $V_o(s)$ ricavata in funzione di $V_i(s)$.

Determina, infine, il tempo di ritardo T_D , (intervallo di tempo che impiega la risposta per andare dal 100% al 50% del valore di regime) ed il tempo di discesa T_F (intervallo di tempo che impiega la risposta per andare dal 90% al 10% del valore di regime).

N.B. Nel grafico, il tempo riportato sull'asse delle ascisse è espresso in unità di costante di tempo.

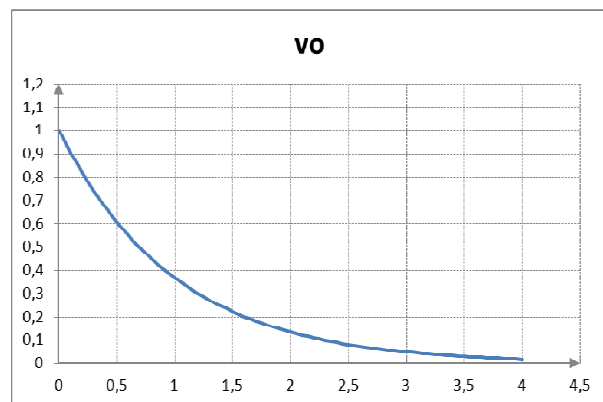
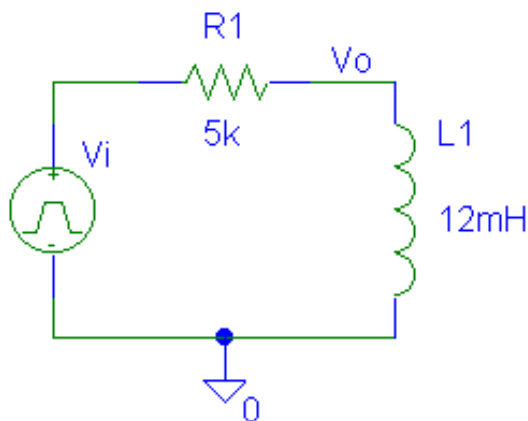


Fig.1

I.T.I. PANETTI - BARI
Compito di Sistemi n.1 - Classe 5ET sez.A – a.s. 2010/2011 - fila 2
28/10/2010

Valutazione: 3 punti per esercizio

Esercizio n.1

Determinare la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni:

$$u_1(t) = 4 \cdot e^{-4t} \cdot \cos 20t + 3 - 5t^2$$

$$u_2(t) = 20 \cdot e^{-3t} \cdot \text{sen}30t - t - 2t^3$$

$$u_3(t) = 2 \cdot \cos 3t + 8\text{sen}5t$$

Esercizio n.2

Determinare l'antitrasformata di Laplace della seguente funzione razionale fratta applicando la scomposizione in somma di frazioni parziali ed il metodo dei residui per la determinazione dei coefficienti:

$$F(s) = \frac{150}{s^3 + 16s^2 + 15s}$$

Esercizio n.3

Determinare analiticamente e disegnare la risposta temporale del circuito L-R mostrato in fig.1 sapendo che in ingresso è applicato un gradino di tensione di ampiezza 1V e che $R=6k\Omega$ e $L=8mH$.

Antitrasforma l'uscita $V_o(s)$ ricavata in funzione di $V_i(s)$.

Determina, infine, il tempo di ritardo T_D (intervallo di tempo che impiega la risposta per andare da 0 al 50% del valore di regime) ed il tempo di salita T_R (Rise-Time: intervallo di tempo che impiega la risposta per andare dal 10% al 90% del valore di regime).

N.B. Nel grafico, il tempo riportato sull'asse delle ascisse è espresso in unità di costante di tempo.

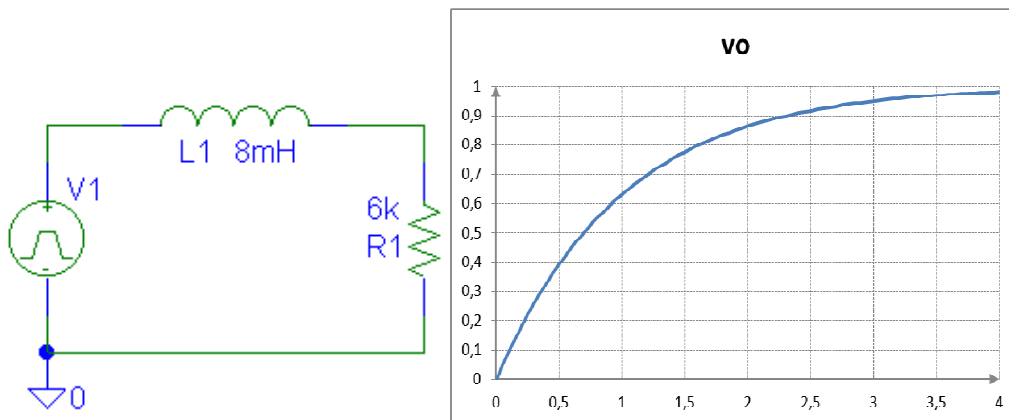


Fig.1

I.T.I. PANETTI - BARI
Compito di Sistemi n.1 - Classe 5ET sez.B – a.s. 2010/2011 - fila 1
28/10/2010

Valutazione: 3 punti per esercizio

Esercizio n.1

Determinare la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni:

$$u_1(t) = 8 \cdot e^{-5t} \cdot \sin 40t + 3 + 5t^2$$

$$u_2(t) = 15 \cdot e^{-4t} \cdot \cos 20t - t - 2t^3$$

$$u_3(t) = 10 \cdot \sin 20t + 15 \cdot \cos 15t$$

Esercizio n.2

Determinare l'antitrasformata di Laplace della seguente funzione razionale fratta applicando la scomposizione in somma di frazioni parziali ed il metodo dei residui per la determinazione dei coefficienti:

$$F(s) = \frac{20}{s^3 + 17s^2 + 16s}$$

Esercizio n.3

Determinare analiticamente e disegnare la risposta temporale del circuito R-L mostrato in fig.1 sapendo che in ingresso è applicato un gradino di tensione di ampiezza 1V e che $R=5K\Omega$ e $L=12mH$.

Antitrasforma l'uscita $V_o(s)$ ricavata in funzione di $V_i(s)$.

Determina, infine, il tempo di ritardo T_D , (intervallo di tempo che impiega la risposta per andare dal 100% al 50% del valore di regime) ed il tempo di discesa T_F (intervallo di tempo che impiega la risposta per andare dal 90% al 10% del valore di regime).

N.B. Nel grafico, il tempo riportato sull'asse delle ascisse è espresso in unità di costante di tempo.

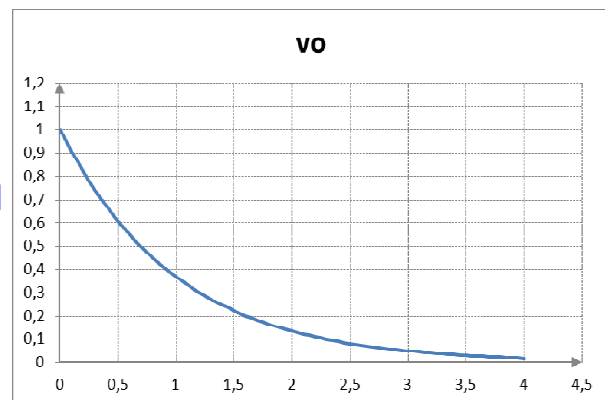
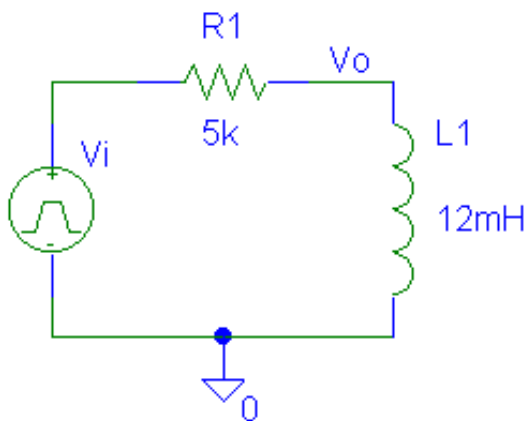


Fig.1

I.T.I. PANETTI - BARI

Compito di Sistemi n.1 - Classe 5ET sez.B – a.s. 2010/2011 - fila 2 28/10/2010

Valutazione: 3 punti per esercizio

Esercizio n.1

Determinare la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni:

$$u_1(t) = 8 \cdot e^{-6t} \cdot \cos 25t + 5 - 8t^2$$

$$u_2(t) = 2 \cdot e^{-3t} \cdot \text{sen} 4t - t - 2t^4$$

$$u_3(t) = 5 \cdot \text{sen} 2t + 8 \cdot \cos 4t$$

Esercizio n.2

Determinare l'antitrasformata di Laplace della seguente funzione razionale fratta applicando la scomposizione in somma di frazioni parziali ed il metodo dei residui per la determinazione dei coefficienti:

$$F(s) = \frac{20}{s^3 + 11s^2 + 30s}$$

Esercizio n.3

Determinare analiticamente e disegnare la risposta temporale del circuito L-R mostrato in fig.1 sapendo che in ingresso è applicato un gradino di tensione di ampiezza 1V e che $R=6k\Omega$ e $L=8mH$.

Antitrasforma l'uscita $V_o(s)$ ricavata in funzione di $V_i(s)$.

Determina, infine, il tempo di ritardo T_D (intervallo di tempo che impiega la risposta per andare da 0 al 50% del valore di regime) ed il tempo di salita T_R (Rise-Time: intervallo di tempo che impiega la risposta per andare dal 10% al 90% del valore di regime).

N.B. Nel grafico, il tempo riportato sull'asse delle ascisse è espresso in unità di costante di tempo.

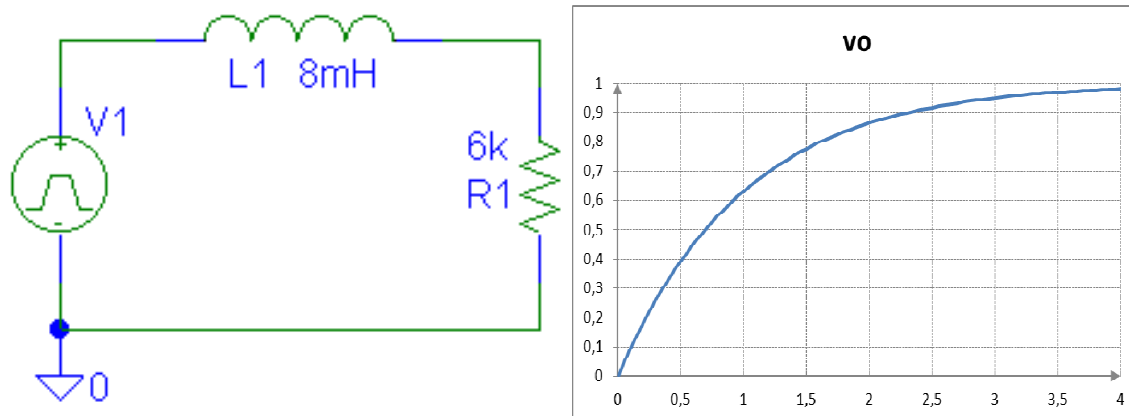


Fig.1

I.T.I. PANETTI - BARI

Compito di Sistemi n.1 - Classe 5ET sez.B – a.s. 2010/2011 - fila 2

28/10/2010

Risoluzione

Esercizio n.1

$$U_1(s) = 8 \cdot \frac{s+6}{(s+6)^2 + 25^2} + \frac{5}{s} - 8 \cdot \frac{2!}{s^3} = \frac{8 \cdot (s+6)}{(s+6)^2 + 625} + \frac{5s^2 - 16}{s^3}$$

$$U_2(s) = 2 \cdot \frac{4}{(s+3)^2 + 4^2} - \frac{1}{s^2} - 2 \cdot \frac{4!}{s^5} = \frac{8}{(s+3)^2 + 16} - \frac{s^3 + 48}{s^5}$$

$$U_3(s) = 5 \cdot \frac{2}{s^2 + 2^2} + 8 \cdot \frac{s}{s^2 + 4^2} = \frac{10}{s^2 + 4} + \frac{8s}{s^2 + 16}$$

Esercizio n.2

$$F(s) = \frac{20}{s(s^2 + 11s + 30)} = \frac{20}{s(s+5)(s+6)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+5} + \frac{C}{s+6}$$

$$p_{1/2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 4 \cdot 30}}{2} = \frac{-11 \pm 1}{2} = \begin{cases} -5 \\ -6 \end{cases}$$

$$A = \lim_{s \rightarrow 0} F(s) \cdot s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{20}{(s+5)(s+6)} = \frac{2}{3}$$

$$B = \lim_{s \rightarrow -5} F(s) \cdot (s+5) = \lim_{s \rightarrow -5} \frac{20}{s(s+6)} = -4$$

$$C = \lim_{s \rightarrow -6} F(s) \cdot s = \lim_{s \rightarrow -6} \frac{20}{s(s+5)} = \frac{10}{3}$$

$$f(t) = \frac{2}{3} - 4 \cdot e^{-5t} + \frac{10}{3} \cdot e^{-6t}$$

Esercizio n.3

$$V_R(s) = V_i(s) \cdot \frac{R}{R+sL} = \frac{V_i}{s} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{s + \frac{R}{L}} = \frac{0.75 \cdot 10^6}{s(s+0.75 \cdot 10^6)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+0.75 \cdot 10^6}$$

ove:

$$\omega_t = \frac{R}{L} = \frac{6 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{-3}} = 0.75 \text{ Mrad / s}$$

$$A = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.75 \cdot 10^6}{s+0.75 \cdot 10^6} = 1$$

$$B = \lim_{s \rightarrow -0.75 \cdot 10^6} \frac{0.75 \cdot 10^6}{s} = -1$$

$$v_R(t) = 1 - e^{-0.75 \cdot 10^6 t}$$

La costante tempo $\tau = 1/\omega_t = 1/(0.75 \cdot 10^6) = 1.33 \mu\text{s}$

Poiché il tempo di ritardo e il tempo di salita valgono, rispettivamente:

$T_D = 0.5\tau$ e $T_R = 2.2 \tau$, si ottiene:

$T_D = 0.665 \mu\text{s}$ e $T_R = 2.926 \mu\text{s}$