

Istituto Tecnico “M. PANETTI” – B A R I
 Compito n. 2 di Sistemi Elettronici Automatici
 Classi V E.T. sezz. A e B – Dicembre 2010
 prof. Giuseppe SPALIERNO

Traccia

Lo schema a blocchi mostrato in figura rappresenta un sistema di controllo ad anello chiuso. Nella catena di andata il blocco $G(s)$ è rappresentato dal collegamento in cascata tra $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Nel sistema incidono i disturbi d_1 , d_2 e d_3 , supposti costanti. Sono noti:

$$d_1 = 1\text{mV}, d_2 = 2\text{mV}, d_3 = 3\text{mV}, r = 10\text{mV}$$

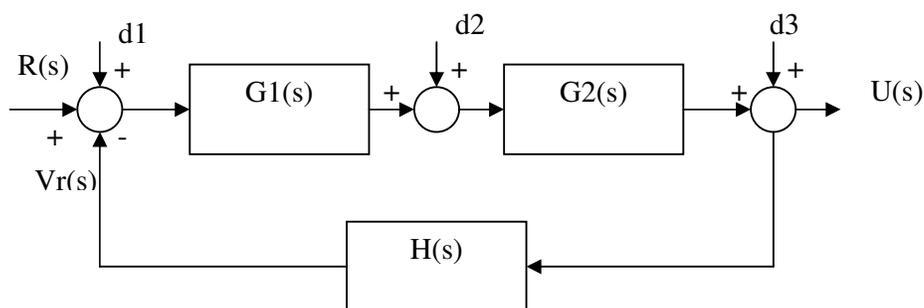
$$G_1(j\omega) = \frac{50}{(1 + j\omega \cdot 0.1) \cdot (1 + j\omega \cdot 0.05)}$$

$$G_2(j\omega) = \frac{20}{(1 + j\omega \cdot 0.01)}$$

$$H(j\omega) = 0.004$$

Dopo aver classificato il sistema, determinare:

- 1) il valore della tensione di uscita dovuta ai 3 disturbi supponendo che l'ingresso $r = 0$
- 2) il valore della tensione di uscita dovuta al solo ingresso r
- 3) il diagramma di Nyquist del guadagno d'anello
- 4) il valore della pulsazione ω_{180} che rende la fase del guadagno d'anello pari a -180°
- 5) la stabilità del sistema



Griglia di valutazione:

	(minimo) non risponde	insufficiente	mediocre	sufficiente	(massimo) esauriente
classificazione del sistema	0	0,5	1	1,5	2
punto 1	0	0,25	0,5	0,75	1
punto 2	0	0,25	0,5	0,75	1
punto 3	0	0,5	1	1,5	2
punto 4	0	0,25	0,5	0,75	1
punto 5	0	0,5	1	1,5	2

Istituto Tecnico “M. PANETTI” – B A R I
 Compito n. 2 di Sistemi Elettronici Automatici
 Classi V E.T. sezz. A e B – Dicembre 2010
 prof. Giuseppe SPALIERNO

Soluzione

I blocchi della catena di andata sono collegati in cascata per cui la f.d.t. complessiva è data dal prodotto delle due f.d.t.:

$$G(j\omega) = G_1(j\omega) \cdot G_2(j\omega) = \frac{1000}{(1 + j\omega \cdot 0.1) \cdot (1 + j\omega \cdot 0.05) \cdot (1 + j\omega \cdot 0.01)}$$

Il guadagno d'anello vale:

$$G(j\omega) \cdot H(j\omega) = \frac{4}{(1 + j\omega \cdot 0.1) \cdot (1 + j\omega \cdot 0.05) \cdot (1 + j\omega \cdot 0.01)}$$

Presenta 3 poli reali e diversi da 0 e nessuno zero. E', quindi, del terzo ordine (3 poli) e di tipo 0 (nessun polo nell'origine).

Le costanti di tempo e le relative pulsazioni d'angolo a denominatore valgono:

$$T_1 = 0,1s, T_2 = 0,05s, T_3 = 0,01s, \omega_1 = 1/T_1 = 10 \text{ r/s}, \omega_2 = 1/T_2 = 20\text{r/s}, \omega_3 = 1/T_3 = 100\text{r/s}$$

1) Avendo supposto che i disturbi siano costanti, il loro contributo all'uscita, a transitorio esaurito e supponendo che l'ingresso $r = 0$, valgono:

$$u_1 = d_1 \cdot \frac{G(0)}{1 + G(0) \cdot H(0)} = 1 \cdot \frac{1000}{1 + 1000 \cdot 0.004} = \frac{1000}{1 + 4} = 200mV$$

$$u_2 = d_2 \cdot \frac{G_2(0)}{1 + G(0) \cdot H(0)} = 2 \cdot \frac{20}{1 + 1000 \cdot 0.004} = \frac{40}{1 + 4} = 8mV$$

$$u_3 = d_3 \cdot \frac{1}{1 + G(0) \cdot H(0)} = 3 \cdot \frac{1}{1 + 1000 \cdot 0.004} = \frac{3}{1 + 4} = 0.6mV$$

$$u_d = u_1 + u_2 + u_3 = 208,6mV$$

2) Per valutare il contributo del solo ingresso r , supposto costante, si deve imporre che i disturbi non siano presenti per cui: $u_r = r \cdot \frac{G(0)}{1 + G(0) \cdot H(0)} = 10 \cdot \frac{1000}{1 + 1000 \cdot 0.004} = \frac{10000}{1 + 4} = 2000mV = 2V$

3) Per determinare il diagramma di Nyquist del guadagno d'anello occorre calcolare il modulo e la fase:

$$M = \frac{4}{\sqrt{(1 + \omega^2 \cdot 10^{-2}) \cdot (1 + \omega^2 \cdot 25 \cdot 10^{-4}) \cdot (1 + \omega^2 \cdot 10^{-4})}}$$

$$\varphi = -\arctan(\omega \cdot 0,1) - \arctan(\omega \cdot 0,5) - \arctan(\omega \cdot 0,01)$$

Calcoliamo modulo e fase per pulsazione pari a 0, 10, 20, 100 e ∞ . Si ottiene:

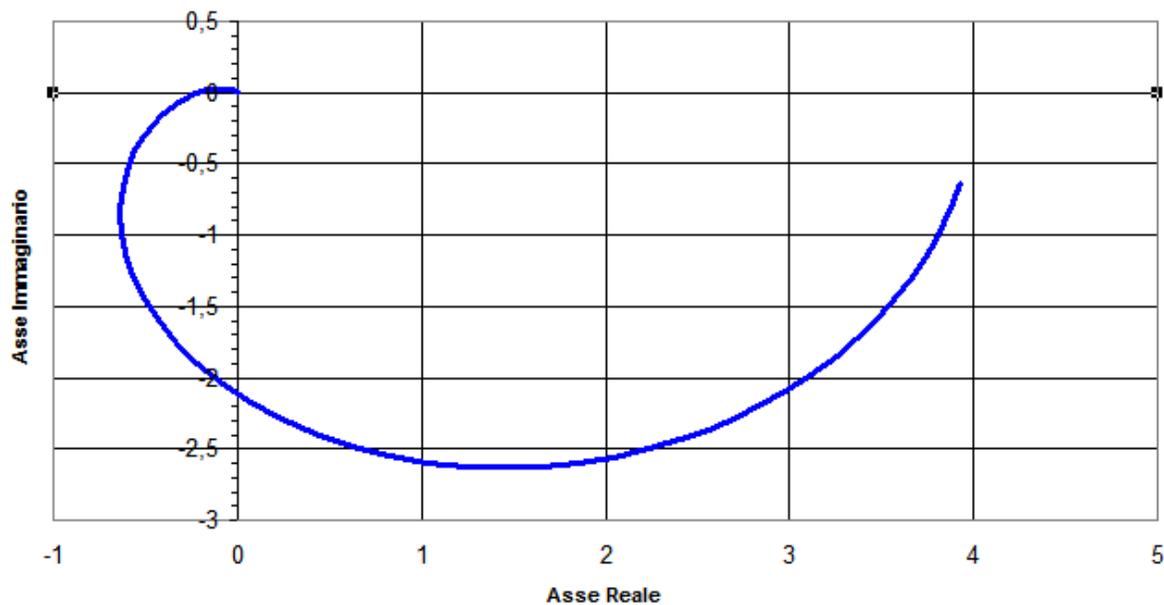
$$M(10) = \frac{4}{\sqrt{2}\sqrt{1,25}\sqrt{1,01}} = 2,53 \quad \varphi(10) = -45 - 26,6 - 5,7 = -77,3^\circ$$

$$M(20) = \frac{4}{\sqrt{5}\sqrt{2}\sqrt{1,04}} = 1,24 \quad \varphi(20) = -63,4 - 45 - 11,3 = -119,7^\circ$$

$$M(100) = \frac{4}{\sqrt{101}\sqrt{26}\sqrt{2}} = 0,055 \quad \varphi(100) = -84,3 - 78,7 - 45 = -208^\circ$$

ω	M	φ
0	4	0°
10	2,53	-77°
20	1,24	$-119,7^\circ$
100	0,055	-208°
∞	0	-270°

Nyquist



4) La pulsazione che rende la fase pari a -180 è un valore compreso tra 20 e 100 r/s come si evidenzia dalla precedente tabella.

Per tentativi si potrebbe cominciare a calcolare modulo e fase per la pulsazione media tra 20 e 100 e quindi per 60 r/s e con raffinamenti successivi si perviene al valore corretto.

Se si utilizza una procedura matematica implementabile al PC si ricava un valore prossimo a 57 r/s; infatti:

$$\varphi(57) = -\arctan(5,7) - \arctan(2,85) - \arctan(0,57) = -80 - 71 - 30 = -181^\circ$$

5) Per verificare la stabilità occorre valutare il modulo del guadagno d'anello per quella pulsazione che rende la fase pari a -180° e cioè per $\omega=57$ r/s. Eseguendo il calcolo si ottiene:

$$M(57) = \frac{4}{\sqrt{33,5}\sqrt{8,2}\sqrt{1,32}} = 0,21$$

Poiché tale valore è minore di 1 il sistema è stabile.