ITI PANETTI
5ETB A.S.2002/2003

SISTEMI ELETTRONICI
Prof. Panella Ettore

Alunno: Scardicchio Fabio

Sistemi del secondo ordine : circuito RLC

L' esperienza di laboratorio consisteva nell' analizzare il comportamento di un sistema del secondo ordine , ed in particolare del circuito RLC. In particolare si è andato a vedere il comportamento del circuito in presenza di tre particolari valori dello smorzamento (ξ).
Si sono individuati cioè tre valori di resistenza in corrispondenza dei quali lo smorzamento risultava maggiore di uno, minore di uno , o uguale ad uno.
In quest' ultimo caso si è cioè individuato un particolare valore di resistenza , detto **resistenza critica** per la quale lo smorzamento risultava uguale ad uno.
In questi tre casi si è quindi andato a visualizzare la risposta del circuito, notando naturalmente delle differenze nella risposta.
Inoltre si è andato ad analizzare il comportamento del circuito cambiato la posizione sulla quale si andava a prelevare l' uscita del circuito. Di conseguenza si sono analizzati tre di versi casi:
- uscita sul condensatore
- uscita sull' induttanza
- uscita sulla resistenza.

Visualizzando il diagramma di Bode nei tre diversi casi , è stato possibile apprendere il funzionamento del circuito , ed il suo comportamento nel campo delle frequenze. A seconda dei casi , il circuito si comportava come un filtro passa basso (p.b.) , passa alto (p.a.), oppure passa banda.

Innanzitutto bisogna dire che un sistema si dice del secondo ordine se il denominatore D(s) della funzione di trasferimento del circuito è un polinomio di secondo grado in s.
Generalmente esso si esprime nella seguente forma:

$$D(s) = s^2 + 2s\xi\omega_n + \omega_n{}^2$$

Oppure:

$$D(s) = s^2 + \frac{\omega_n}{Q} s + \omega_n{}^2$$

con ξ, ω_n, e Q positivi.
sono presenti due poli:

$$p_{1/2} = -\omega_n \left[\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right]$$

il termine ω_n è detto pulsazione naturale, il termine ξ è detto smorzamento e Q è detto fattore di merito. E' chiaro che :

$$Q = \frac{1}{2\xi}$$

Per un sistema stabile i poli della funzione di trasferimento dati dalla formula precedentemente ricavata risultano:

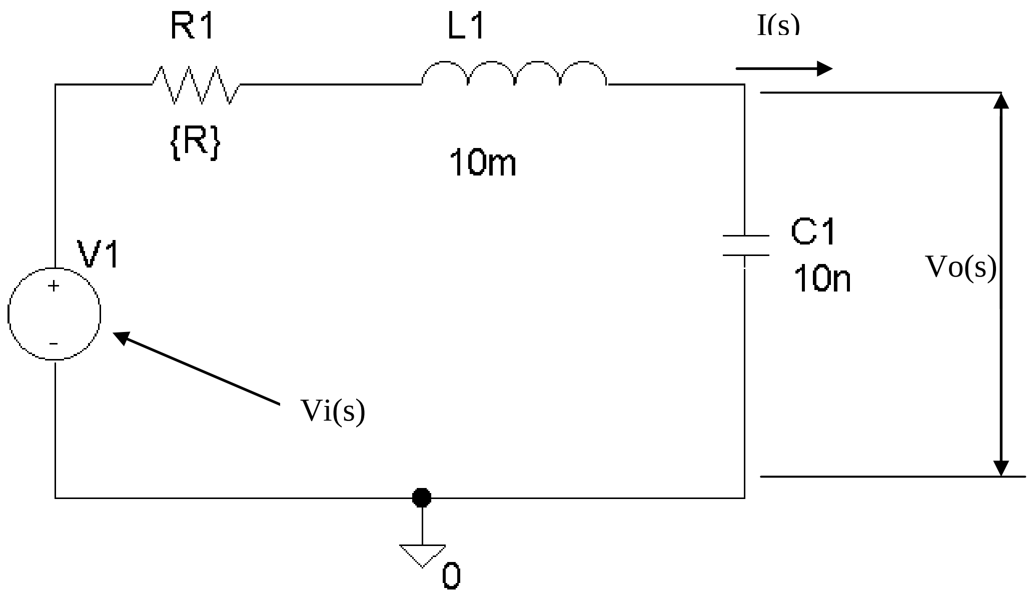
a) reali, distinti e negativi se $\xi>1$,cioè se $Q<0,5$
b) reali e coincidenti se $\xi=1$, cioè se $Q=0,5$ (i due poli risultano uguali alla pulsazione naturale)
c) complessi coniugati a parte reale negativa se $\xi<1$ cioè se $Q>0,5$.

In tutti e tre i casi , comunque , la funzione di trasferimento di un sistema del secondo ordine assume la seguente forma:

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{s^2 + 2s\xi\omega_n + \omega_n^{\ 2}}$$

Il sistema per considerarsi stabile deve essere al più di secondo grado

Di seguito è riportato il circuito utilizzato per la simulazione:



Il circuito è del secondo ordine e l' espressione del denominatore assume la forma prima citata. Il calcolo della G(s) avviene nel seguente modo:

$$G(s) = \frac{V_O(s)}{V_i(s)}$$

$$V_O(s) = \frac{1}{sC} \cdot i(s)$$

La corrente i(s) risulta essere uguale a:

$$i(s) = \frac{V_i(s)}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

Sostituendo si ha:

$$V_O(s) = \frac{V_i(s) \cdot \frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

Da cui:

$$V_O(s) = \frac{V_i(s)}{s^2 CL + sRC + 1}$$

Dividendo in successione per C e poi per L otteniamo infine:

$$\frac{V_O(s)}{V_i(s)} = G(s) = \frac{K}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{CL}}$$

dove :

$$K = \frac{1}{CL}$$

Confrontando l' espressione ottenuta (a meno della costante K), con l' espressione generica di un sistema del secondo ordine, possiamo affermare che:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{100 \cdot 10^{-12}}} = 10^5 \, rad/\sec$$

da cui:

$$f_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 15{,}9 kHz$$

Inoltre:

$$2\xi\omega_n = \frac{R}{L} = 2\xi\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Si ricava quindi lo smorzamento ξ:

$$\xi = \frac{R}{2L}\sqrt{LC}$$

Se si pone lo smorzamento pari ad uno (ξ=1), si individua un particolare valore di resistenza, detto appunto **resistenza critica**:

$$R_C = \frac{2L}{\sqrt{LC}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{100 \cdot 10^{-12}}} = 2k\Omega$$

Nel caso in cui la resistenza assume il valore della resistenza critica, lo smorzamento ξ=1, ed i poli sono reali e coincidenti e valgono come detto prima:

$$p_1 = p_2 = -\omega_n$$

Esaminando il caso della risposta al gradino l' equazione della tensione di uscita diventa:

$$V_O(s) = \frac{E \cdot K}{s(s+\omega_n)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+\omega_n)^2} + \frac{C}{s+\omega_n}$$

Applicando il metodo dei residui:

$$A = \lim_{s \to 0} s \cdot U(s) = \frac{EK}{\omega_n^2}$$

$$B = \lim_{s \to 0} (s+\omega_n)^2 \cdot U(s) = -\frac{K \cdot E}{\omega_n}$$

Poiché la somma dei residui deve valere 0, si ha che:

A+C=0 da cui: C=-A

In definitiva si ha che:

$$V_O(s) = \frac{\frac{EK}{\omega_n^2}}{s} - \frac{\frac{EK}{\omega_n}}{(s+\omega_n)^2} - \frac{\frac{EK}{\omega_n^2}}{s+\omega_n}$$

Eseguendo l' antitrasformata di Laplace si ottiene la risposta nel dominio del tempo.
Si può chiaramente notare che il sistema una tensione di uscita data dalla somma di una tensione costante (un gradino) e di due esponenziali decrescenti che si annullano all' aumentare del tempo (il risultato è comunque un esponenziale):

$$v_O(t) = L^{-1}[V_O(s)] = \frac{EK}{\omega_n^2} - \frac{EK}{\omega_n} t \cdot e^{-\omega_n t} - \frac{EK}{\omega_n^2} e^{-\omega_n t}$$

Nel caso in cui il valore della resistenza sia superiore a quello della resistenza critica, si ha che lo smorzamento è maggiore dell' unità (ξ>1).
I poli della funzione di trasferimento valgono:

$$p_1 = -\omega_n \left[\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right]$$

$$p_2 = -\omega_n \left[\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}\right]$$

L’ equazione della tensione di uscita diventa:

$$V_O(s) = \frac{E \cdot K}{s(s-p_1)(s-p_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s-p_1)} + \frac{C}{(s-p_2)}$$

Antitrasformando si ottiene la risposta nel dominio del tempo:

$$v_O(t) = L^{-1}[V_O(s)] = A + B \cdot e^{p_1 t} + C \cdot e^{p_2 t}$$

Applicando il metodo dei residui si determina il valore di A , B e C:

$$A = \lim_{s \to 0} s \cdot U(s) = \frac{EK}{(-p_1)(-p_2)} = \frac{EK}{p_1 p_2}$$

$$B = \lim_{s \to p_1} (s - p_1) \cdot U(s) = \frac{EK}{p_1(p_1 - p_2)} = -\frac{EK}{p_1(p_2 - p_1)}$$

$$C = \lim_{s \to p_2} (s - p_2) \cdot U(s) = \frac{EK}{p_2(p_2 - p_1)}$$

Sostituendo i valori ottenuti di A,B e C nell’ equazione precedente si ottiene:

$$v_O(t) = L^{-1}[V_O(s)] = \frac{EK}{p_1 p_2} - \frac{EK}{p_1(p_2 - p_1)} \cdot e^{p_1 t} + \frac{EK}{p_2(p_2 - p_1)} \cdot e^{p_2 t}$$

mettendo in evidenza il primo membro si ottiene:

$$v_O(t) = L^{-1}[V_O(s)] = \frac{EK}{p_1 p_2}\left(1 - \frac{p_2}{(p_2 - p_1)} \cdot e^{p_1 t} + \frac{p_1}{(p_2 - p_1)} \cdot e^{p_2 t}\right)$$

Andando a sostituire i valori della resistenza , dell’ induttanza e della capacità è possibile determinare l’ equazione della risposta nel dominio del tempo.

Il terzo caso , è quello in cui lo smorzamento è minore di 1 (ξ<1).
I poli della funzione di trasferimento sono complessi coniugati a parte reale negativa e valgono:

$$p_{1/2} = -\omega_n \xi \pm j\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

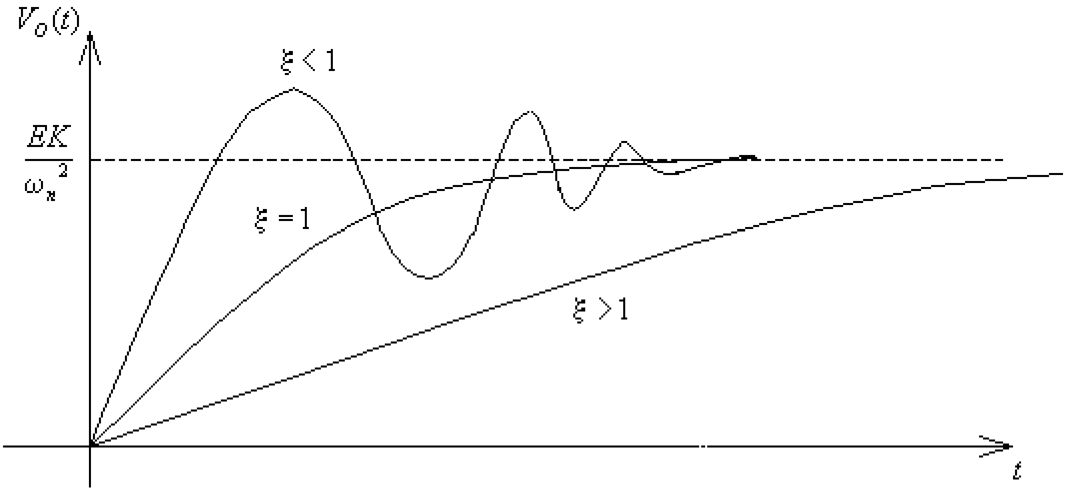
Una volta calcolati i poli , come nei precedenti casi si antitrasforma il risultato ottenuto.
Tenendo conto della tabella delle antitrasformate, la risposta del sistema è di questo genere:

$$v_O(t) = L^{-1}[V_O(s)] = \frac{EK}{\omega_n^2}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot e^{-\xi \omega_n t} \cdot \mathrm{sen}\left(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}\, t + \varphi\right)\right]$$

dove φ=arccos ξ

Il termine $\frac{EK}{\omega_n^2}$ rappresenta il valore a transitorio esaurito , cioè il valore di regime.
In quest' ultimo caso (poli complessi coniugati), la risposta è oscillatoria smorzata. La risposta presenta un **overshoot**, cioè una sovraoscillazione, prima di assestarsi al valore di regime. Nel caso di poli reali , invece, come dimostrato , la risposta è esponenziale pura , senza alcuna oscillazione.

In figura si riportano le diverse risposte nei tre diversi casi di valore dello smorzamento:

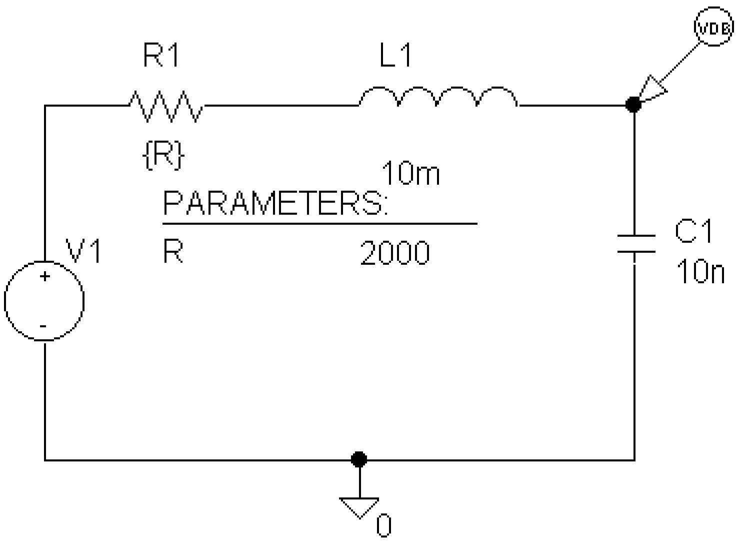


Come detto all' inizio della relazione, si sono esaminati tre diversi casi, cioè prendendo l' uscita del circuito , sui tre diversi componenti e verificandone il funzionamento.

Di seguito si analizzano i tre diversi casi.

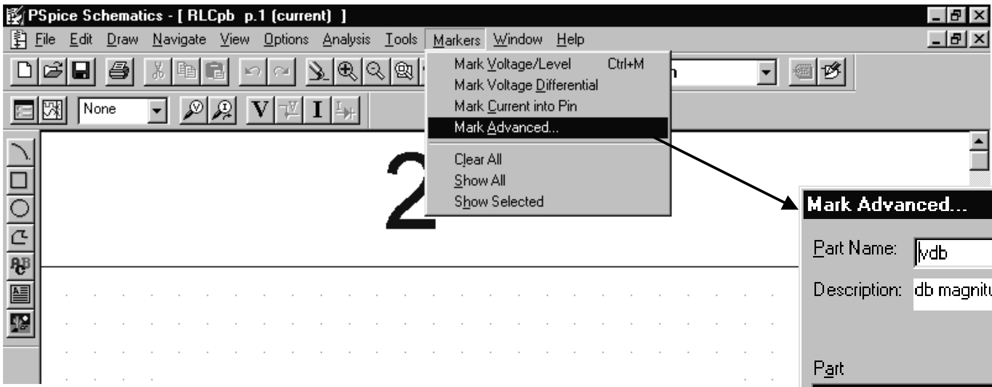
Circuito RLC (uscita sul condensatore)

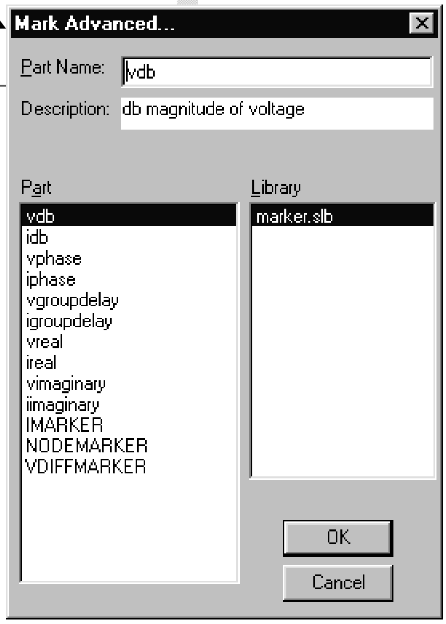
Lo schema del circuito (montato con lo schematics del Microsim) è il seguente:



Il circuito presenta l' uscita sul condensatore ed è da notare che sul condensatore è stato posto un marker "avanzato". Il marker in questione provvede a far visualizzare al probe l' andamento in dB(decibel) del segnale di uscita. Poiché è stata impostata l' analisi nel dominio della frequenza, il software visualizza quindi, il diagramma di Bode del circuito.

Per attivare questo marker si sono attivate le seguenti voci:
MARKER\ADVANCED\VdB



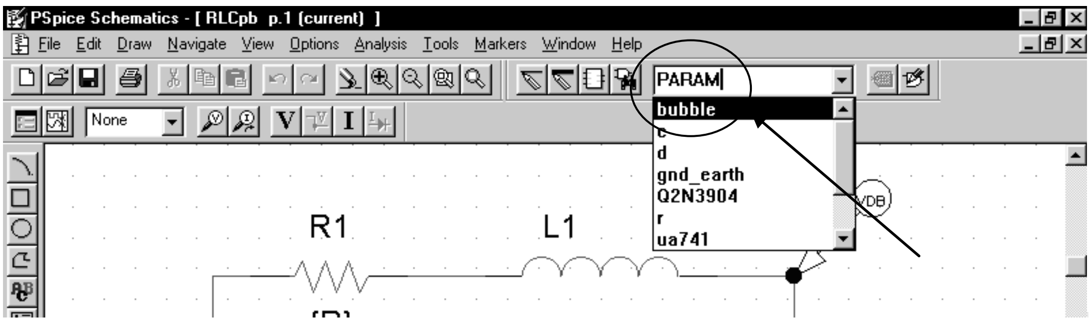


Nella figura accanto è riportato il procedimento da seguire per poter selezionare il marker di tensione VdB.

Il valore della resistenza è parametrico. Sono stati impostati infatti , tre valori diversi per la resistenza R , in modo da visualizzare il grafico per tre diversi valori di smorzamento.
I valori della resistenza sono stati scelti in maniera particolare:

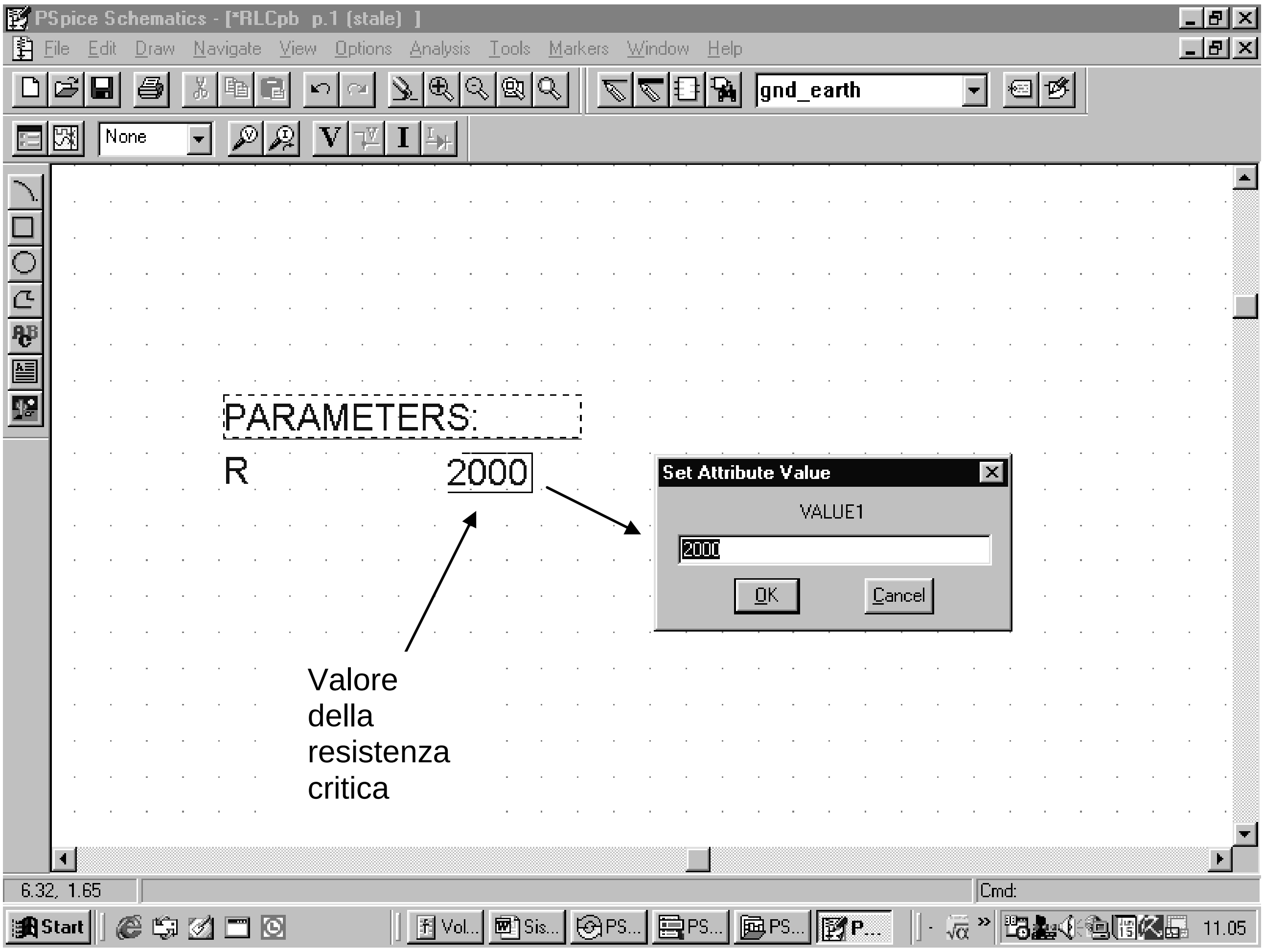
a) 2kΩ
b) 500Ω
c) 5 kΩ

Il valore 2kΩ corrisponde con la resistenza critica (ξ=1) , con 500Ω si ha che ξ<1 mentre con 5kΩ si ha che ξ>1.
Per poter impostare i tre valori della resistenza per la simulazione si è proceduto nel seguente modo:

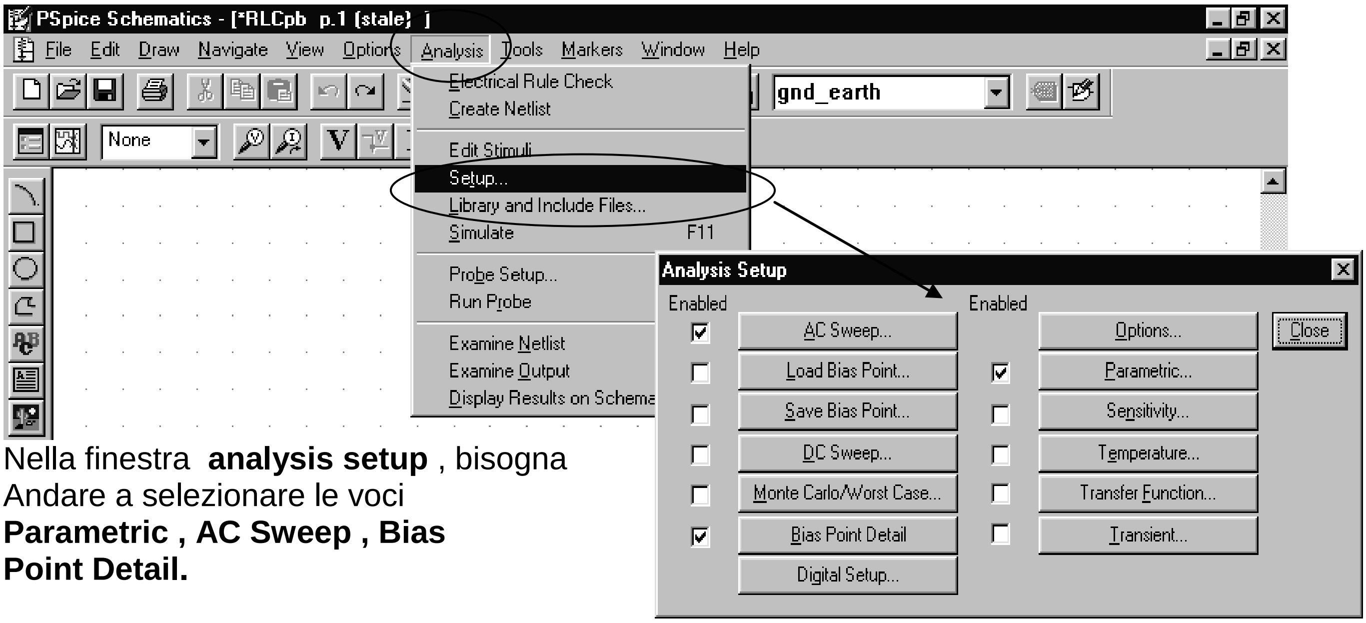


Dalla schermata principale si è andati nella barra degli strumenti e nell' apposito spazio per la richiesta dei componenti si è digitato PARAM

Una volta selezionato il componente param, bisogna impostare il suo valore, nello stesso modo descritto di seguito:

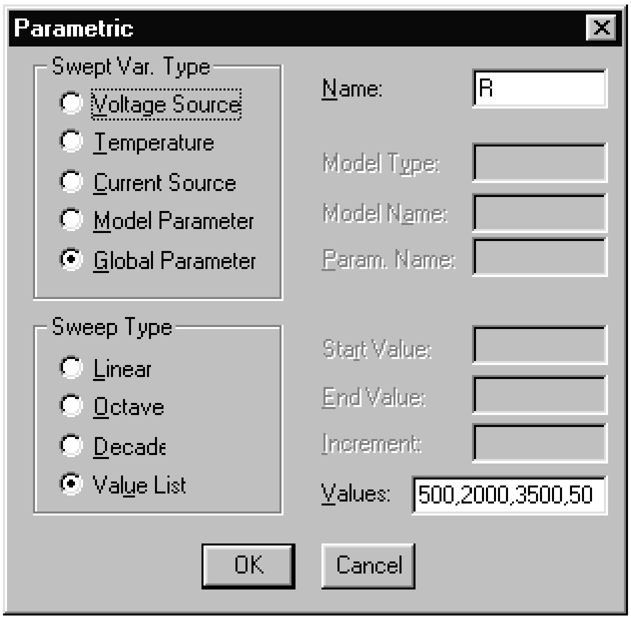


Dopodiché bisogna andare a selezionare la voce **analysis** , da cui scegliere poi **setup** ; si apre la seguente finestra:



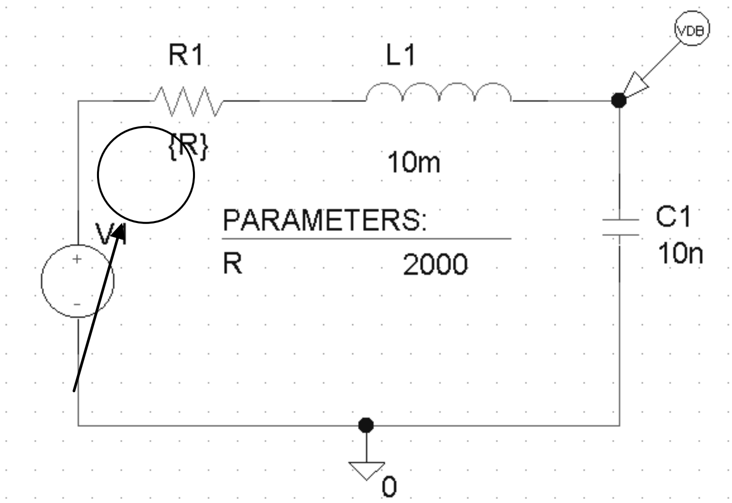
Nella finestra **analysis setup** , bisogna Andare a selezionare le voci **Parametric , AC Sweep , Bias Point Detail.**

La voce Parametric consente di impostare una Analisi parametrica, cioè effettuata contemporaneamente per più valori di una grandezza; in questo caso la grandezza parametrica è stata la resistenza R (poiché è stata impostata come già detto in modo da riprodurre i tre diversi casi di valore per lo smorzamento).
La voce **Bias point detail,** consente di farci vedere il grafico; il software và cioè a calcolare tutti i punti della grandezza di cui si vuole visualizzare l' andamento.
La voce **AC Sweep** consente invece di effettuare l' analisi in alternata.
Agendo con il mouse sui 'button' delle diverse analisi , si aprono le seguenti finestre nelle quali si è andati ad impostare i valori da utilizzare per la simulazione.

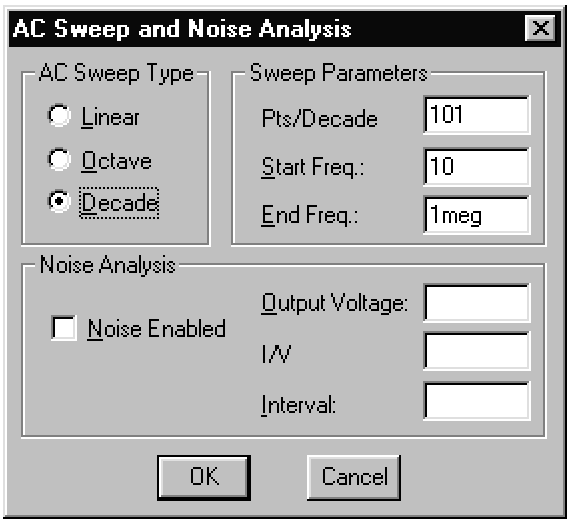


Sotto la voce **Swept Var. Type** è possibile selezionare il parametro del quale si vuole andare ad effettuare l' analisi parametrica. (In questo caso è stato selezionato **global parameter**, poiché la resistenza è vista come un parametro globale del componente). Alla voce **Sweep Type** (tipo di analisi) si è selezionato **Value List** (lista di valori). Il software chiede ,in che modo deve andare ad effettuare l' analisi parametrica, e gli è stato imposto di andare a farla in corrispondenza di determinati valori inseriti da noi accanto (alla voce **values**)
Alla voce **name** bisogna infine inserire il nome della grandezza sulla quale si intende agire con l' analisi parametrica.

Essendo il nome della grandezza parametrica R, alla voce nella quale si richiede il valore della resistenza presente nel circuito, bisogna inserire la lettera R , racchiusa tra parentesi graffe. In questo modo il software sa volta per volta , il valore da andare ad attribuire ad R.



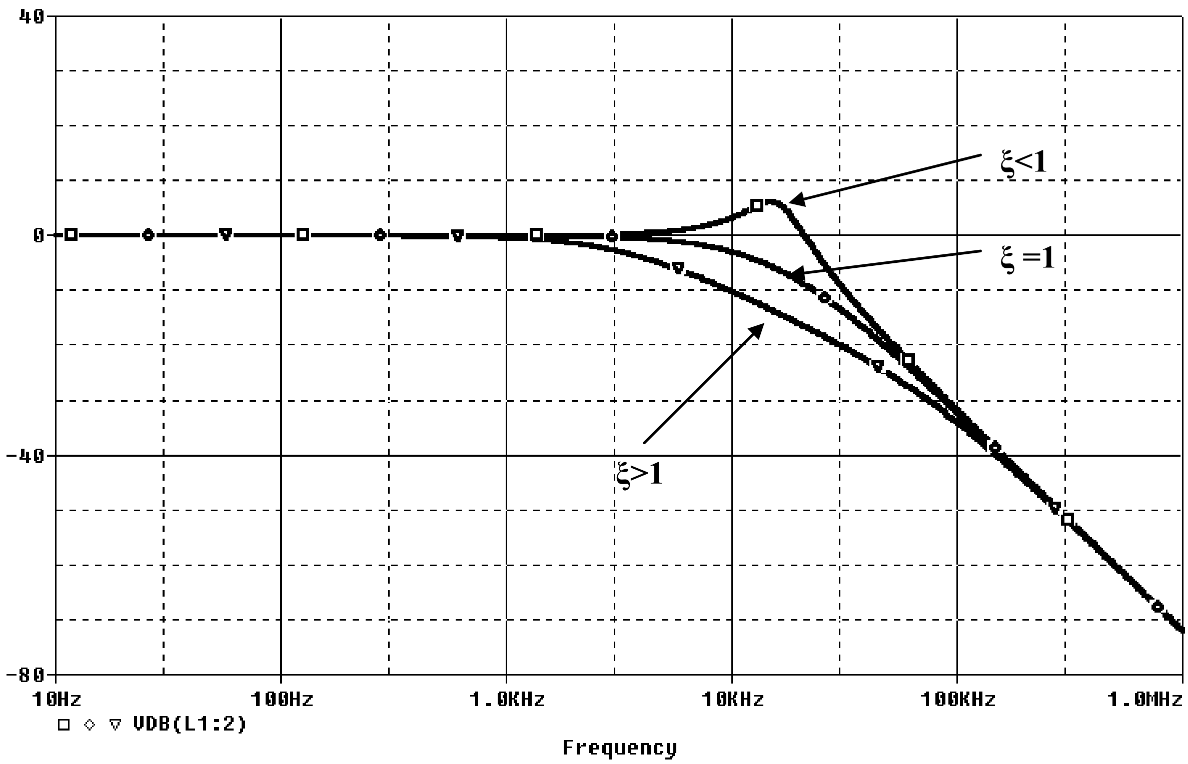
L' altra finestra nella quale bisogna ad andare i valori è quella dell' AC Sweep:



Alla voce **AC Sweep Type** si è selezionata la voce **Decade** (Decadi). Il software analizza l' uscita in decadi, cioè in scala logaritmica.
Accanto alla voce **Sweep Parameters,** si sono impostati i valori relativi alla simulazione . Le voci di questa finestra sono le seguenti:

Pts/Decade: Punti per decade (si inseriscono il numero dei valori che il software và a calcolare; risulta chiaro che maggiore è il numero dei punti, maggiore è la precisione del grafico). Impostando però un alto valore di questo parametro, il software impiega molto tempo a fornire la risposta.
Start Freq. (Frequenza di inizio) e **End Freq.** (Frequenza finale): consentono di determinare l' intervallo entro il quale il software và a calcolare i punti relativi alla simulazione.

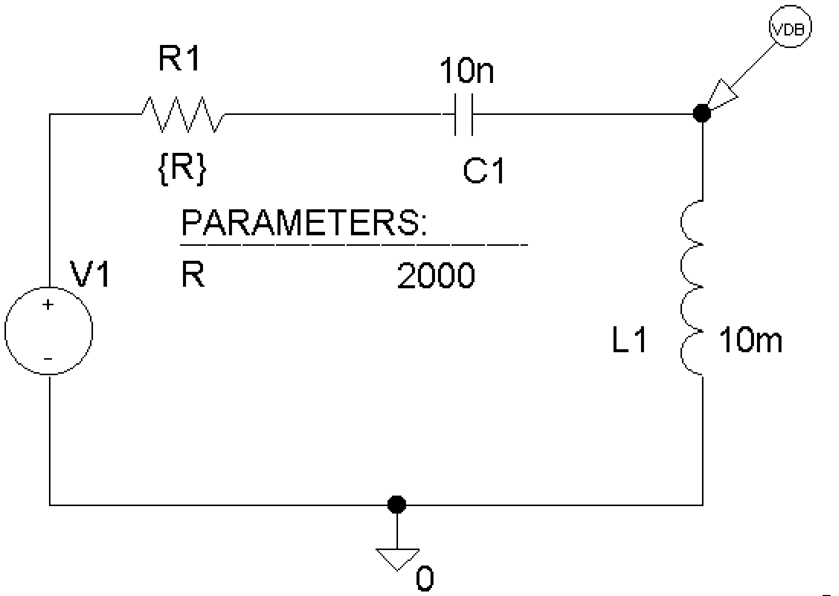
A questo punto, dopo aver inserito i valori desiderati elle grandezze dei componenti, ed aver impostato i parametri della simulazione, il programma può essere lanciato in simulazione mediante la pressione del tasto **F11**.
Il software fornisce direttamente il grafico della risposta nel dominio della frequenza, per i tre valori di smorzamento impostati.



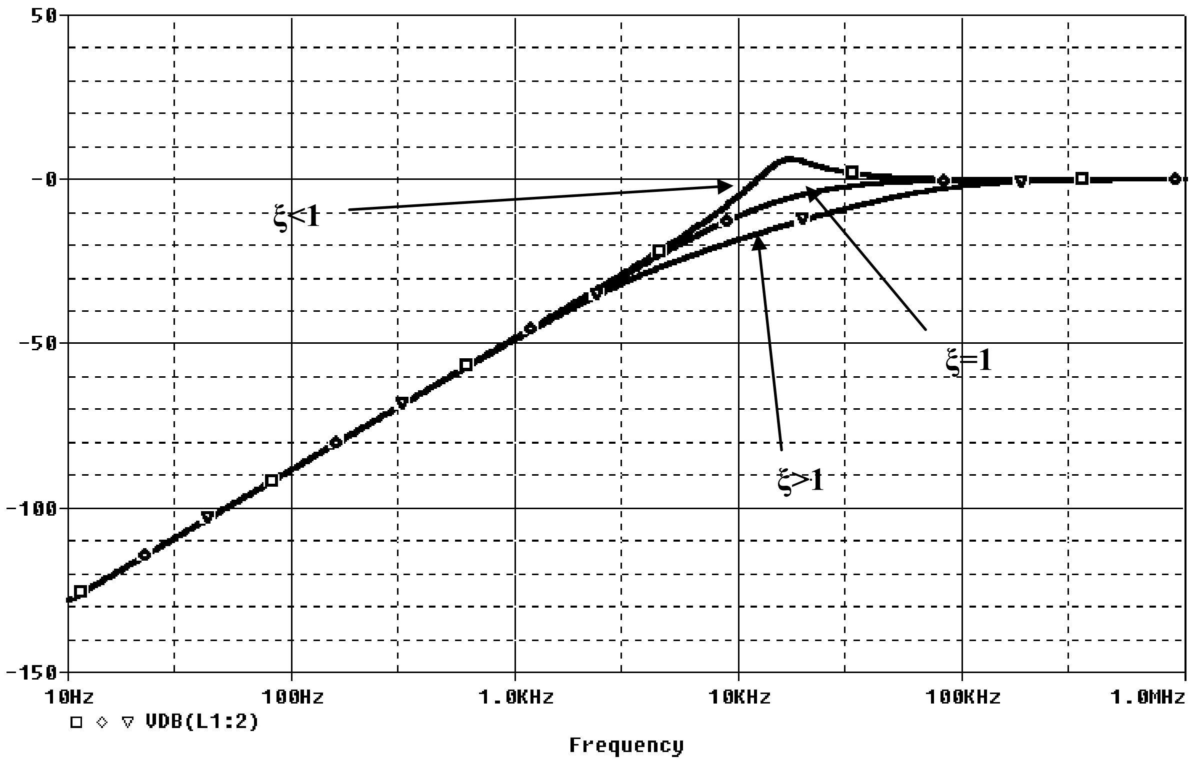
Come si può vedere dal grafico, la risposta nel dominio delle frequenze, è quella tipica di un filtro passa – basso. Quando lo smorzamento è uguale o maggiore dell' unità, si ha una curva esponenziale decrescente. Quando lo smorzamento è minore di 1 la risposta nel dominio delle frequenza presenta un picco , cioè una sovraoscillazione.

Circuito RLC (uscita sull' induttanza)

Lo schema montato con il Microsim è il seguente:



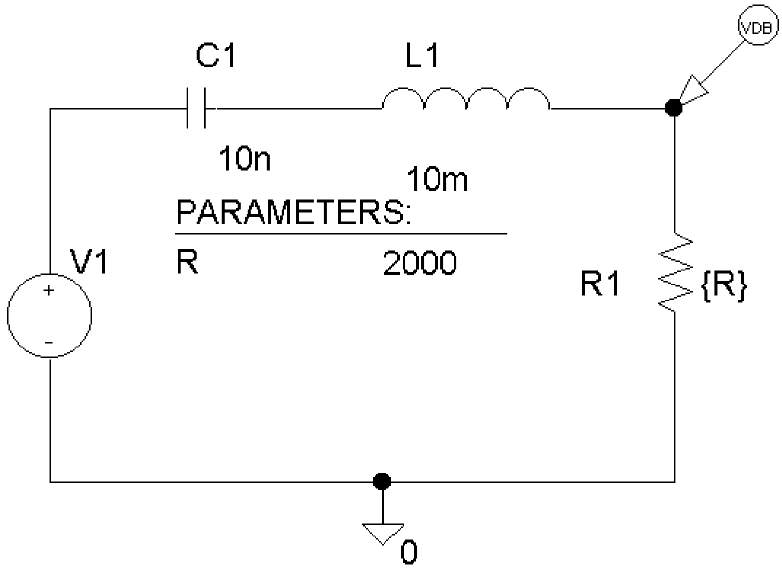
Il circuito presenta gli stessi componenti del circuito precedente, solo che questa volta , l' uscita del circuito è stata presa sull' induttanza. Il marker VdB di conseguenza và posizionato sull' induttanza. Seguendo gli stessi procedimenti effettuati precedentemente, sia per l' impostazione dei valori dei componenti , sia per i valori di simulazione, il circuito và lanciato in simulazione. Di seguito è riportata la risposta fornita dal Probe:



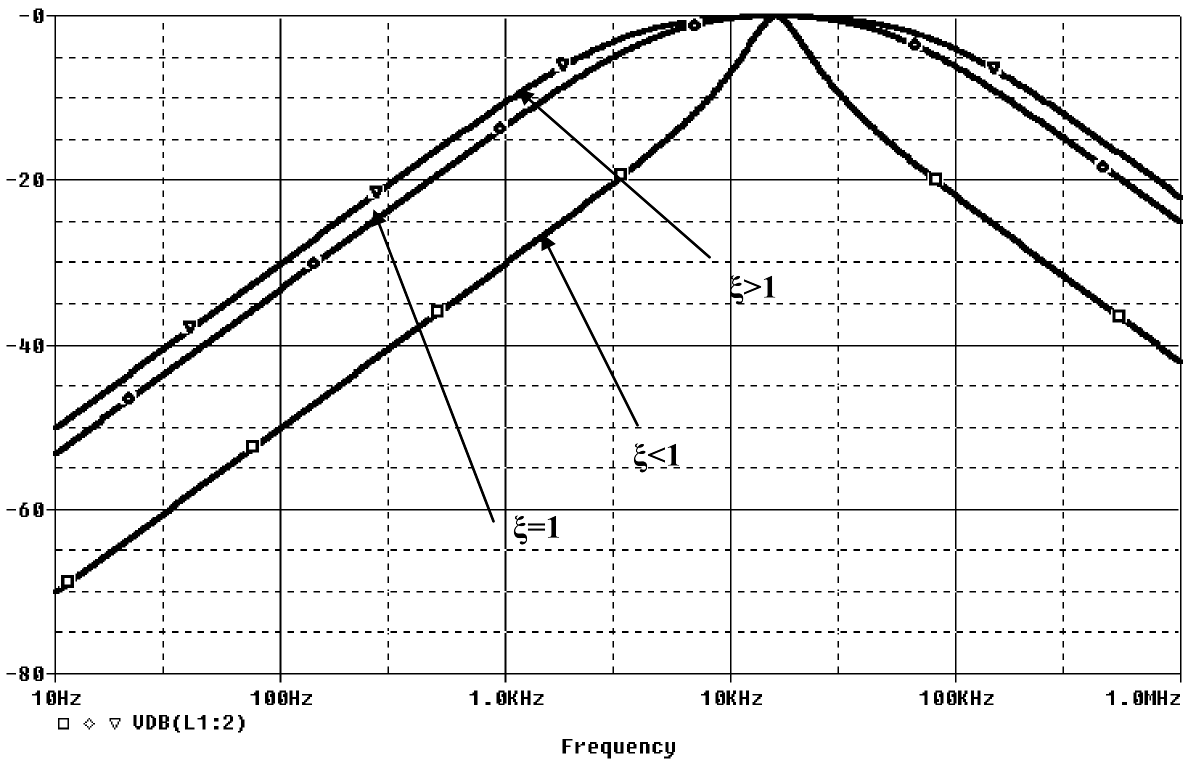
Il circuito si comporta come un filtro passa-alto. Anche in questo caso , per valori di smorzamento uguali o maggiori dell' unità, la risposta è un esponenziale pura. Se lo smorzamento è minore di uno , la risposta presenta un oscillazione.

Circuito RLC (Uscita sulla resistenza)

Il circuito montato con il Microsim è il seguente:



Dopo analoghe considerazioni , il software fornisce la seguente risposta:



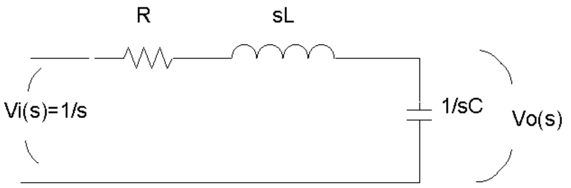
Analoghe conseguenze vanno fatto per la configurazione in filtro passa banda.
Dal grafico si può vedere che minore è lo smorzamento, maggiore è la selettività del filtro.
Se idealmente potessimo ridurre lo smorzamento a zero, si potrebbero realizzare, quindi, filtri in grado di eliminare una singola frequenza.
Un altro programma utilizzato per la simulazione del circuito, è stato il sofware **MATLAB.**

ESPERIENZA CON MATLAB

Attraverso il software applicativo Matlab è stato possibile ottenere gli stessi risultati derivati dalla simulazione delle tre differenti reti con Pspice.
Per poter effettuare la simulazione con il software Matlab, si è dovuta calcolare la funzione di trasferimento del circuito nei 3 diversi casi:
a)RLC FILTRO PASSA-BASSO
b)RLC FILTRO PASSA-ALTO
c)RLC FILTRO PASSA-BANDA

RLC-FILTRO PASSA-BASSO

In ambiente Matlab , per visualizzare il diagramma di Bode o qualsiasi altro diagramma o grafico di una funzione si può utilizzare il comando'**ltiview**'. Questo comando apre un'altra finestra nella quale è possibile scegliere il grafico da visualizzare (es .diagramma di Bode, diagramma di Nyquist, diagramma pole-zero etc….).
Come già detto, per visualizzare l'andamento dei grafici, si è dovuta calcolare la funzione di trasferimento nei tre diversi casi (seguendo il metodo analitico esposto all' inizio di questo testo). Per semplificazione, il metodo per calcolare la funzione di trasferimento, verrà riportato solo per questo caso:



$$G(s) = \frac{V_O(s)}{V_i(s)}$$

$$V_O(s) = \frac{1}{sC} \cdot i(s)$$

$$i(s) = \frac{V_i(s)}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

$$V_O(s) = \frac{V_i(s) \cdot \frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

$$V_O(s) = \frac{V_i(s)}{s^2 CL + sRC + 1}$$

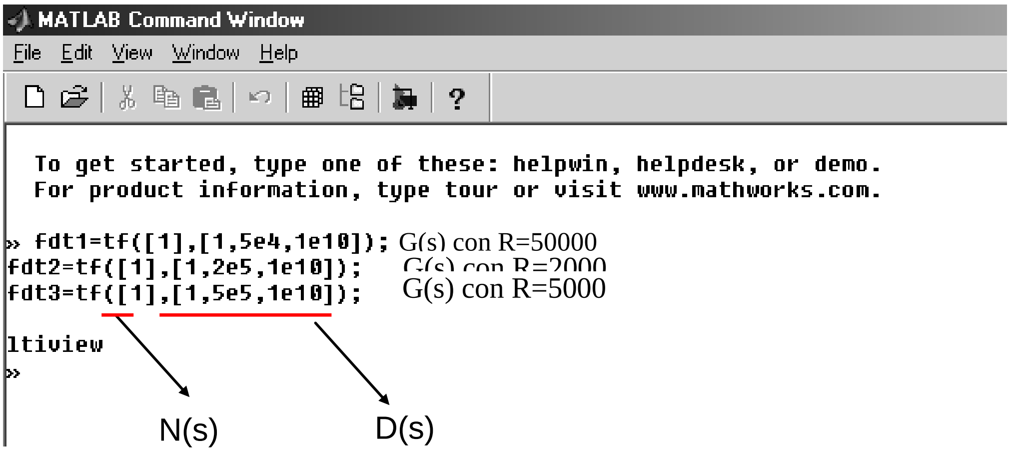
$$\frac{V_O(s)}{V_i(s)} = G(s) = \frac{K}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{CL}} \qquad K = \frac{1}{CL}$$

$$\omega_n^2 = \frac{1}{LC}$$

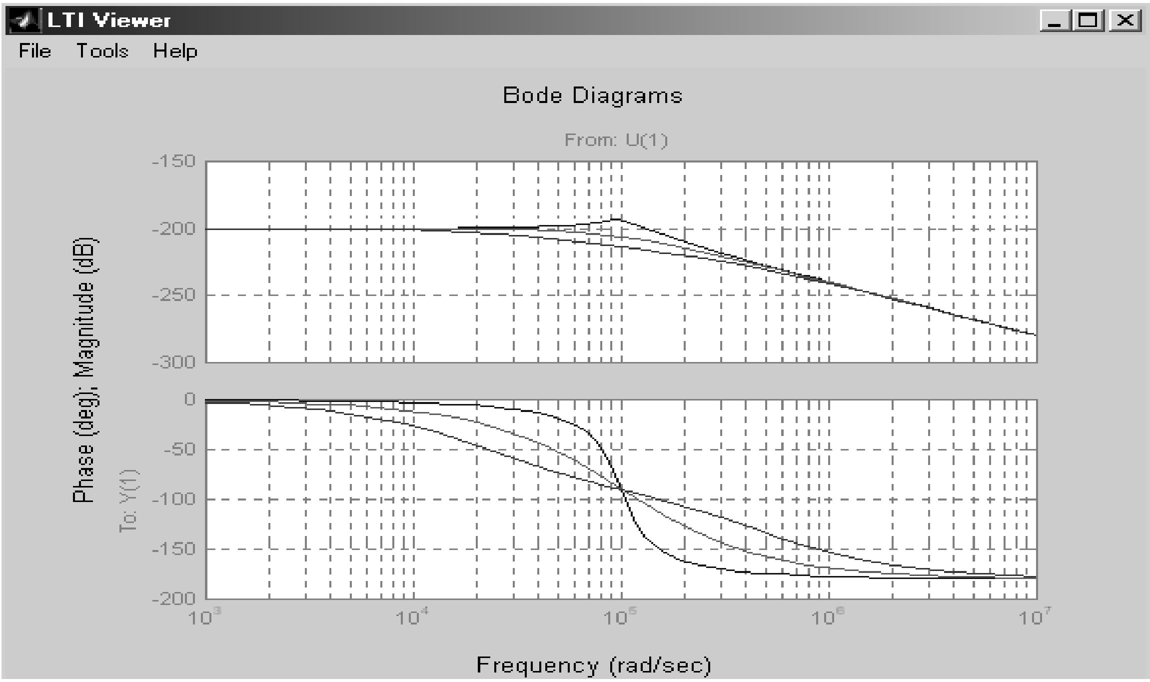
$$2\xi\omega_n = \frac{R}{L}$$

In quest' ultima equazione si vanno a sostituire i tre valori che si vogliono associare ad R (uno dei quali deve corrispondere con la resistenza critica, uno minore e l' altro maggiore della resistenza critica), e si ottengono tre risultati.

Di conseguenza si ottengono tre diverse funzioni di trasferimento, le quali corrispondono alle tre diverse curve ,disegnate in un unico grafico dal Microsim Probe.
Nella finestra sottostante sono stati riportati i comandi da inserire nel Software Matlab, per visualizzare il diagramma di Bode.

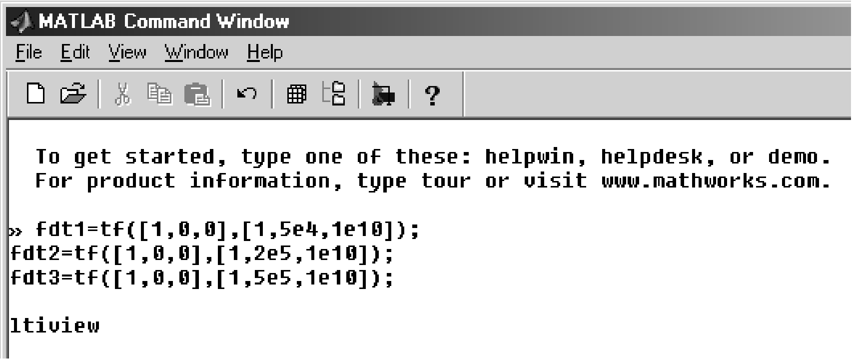


Il comando ltiview apre l'ambiente LTI Viewer il quale ottenere diversi diagrammi e grafici sulle le tre f.d.t inserite.
Nel nostro caso si è analizzato, e confrontato con quello ottenuto precedentemente, il diagramma di Bode (risposta in frequenza).



RCL-FILTRO PASSA ALTO

Seguendo il procedimento precedente si ricavano le funzioni di trasferimento del circuito per i tre diversi valori della resistenza R.



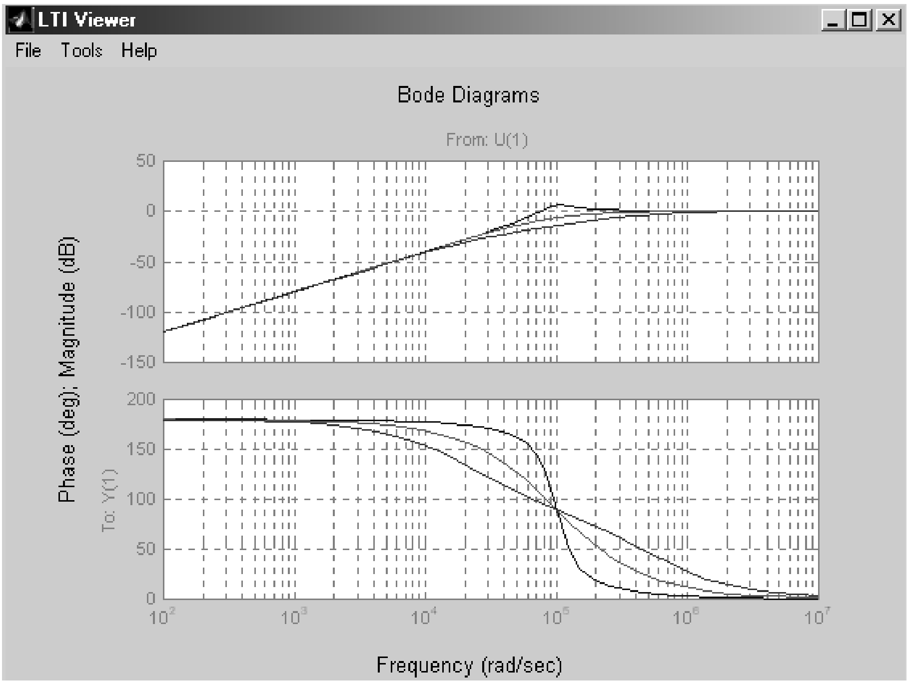
Dalla schermata accanto si capiscono chiaramente le tre funzioni di trasferimento ricavate.
Basta capire il modo con il quale Matlab acquisisce i dati di una fdt:
Matlab mette i membri delle fdt secondo un ordine esponenziale. Per poter quindi inserire una fdt all' interno di matlab , essa deve essere scomposta in somma di termini, aventi esponente decrescente.
Se ad esempio in ambiente Matlab si digita:

1, 5, 0 ,1 matlab lo interpreta come $s^3 + 5s^2 + 1$.

La sintassi per inserire una funzione di trasferimento è la seguente:

fdt=tf ([N(s)] , [D(s)]);

Dopo aver digitato il commando ltiview compare la finestra ltiviewer ed è possibile visualizzare il grafico desiderato:

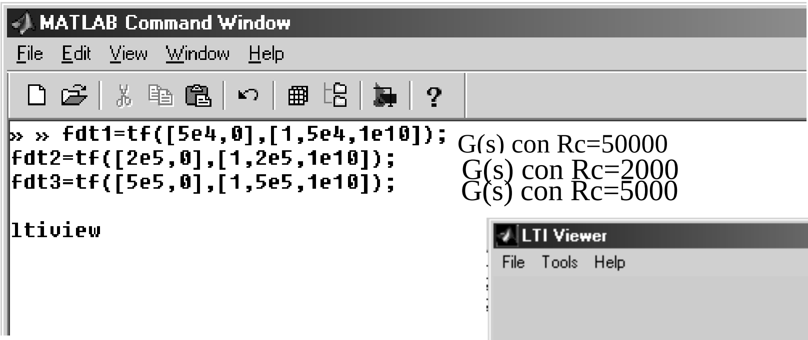


Come si può vedere anche da questo grafico, il circuito si comporta come un filtro passa – alto.
Il grafico inferiore rappresenta il diagramma di Bode delle fasi.
Esso mette in relazione la fase della f.d.t. inserita con la frequenza alla quale si trova.

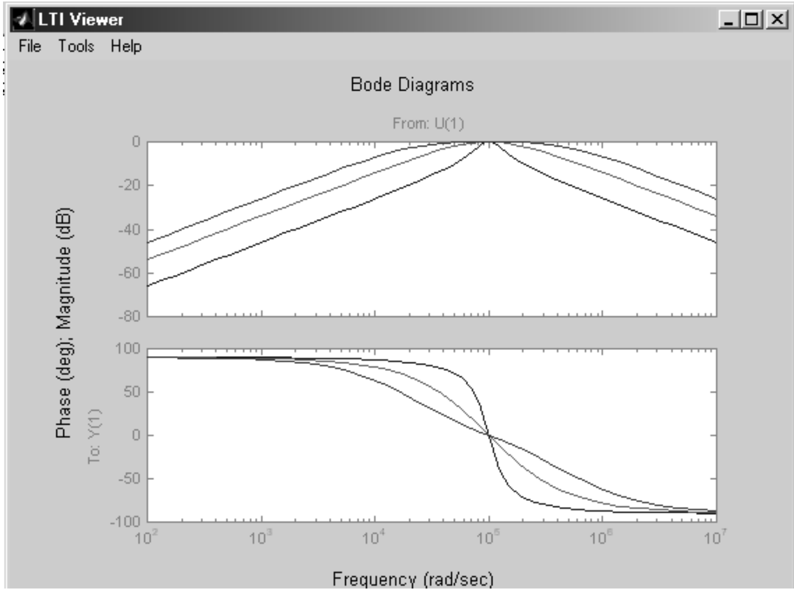
RLC - FILTRO PASSA BANDA

Seguendo gli stessi procedimenti utilizzati fin ora, è possibile visualizzare anche il diagramma del filtro passa banda, realizzato con il circuito RLC.

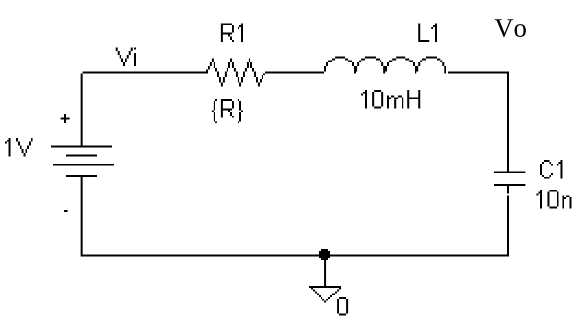
Sotto è riportata la finestra iniziale del Matlab , con i comandi inseriti per la visualizzazione dell' LTIViewer.



Il risultato ottenuto è riportato nella finestra accanto.
Come si può notare , i grafici forniti dal Matlab, corrispondono con quelli forniti dal Microsim.



ESPERIENZA PRATICA



In laboratorio è stata effettuata anche un esperienza pratica inerente il circuito RLC. Dopo aver montato il circuito RLC e dopo aver attaccato l'oscilloscopio alla sua uscita, è stata analizzata la forma d' onda d' uscita del circuito (in funzione del tempo, si intende), al variare del valore ohmico della resistenza R, e quindi dello smorzamento. In particolare si è potuto vedere come al di sotto del valore della resistenza critica, si creava un periodo di oscillazione transitorio.
Man mano che lo smorzamento diventava più piccolo, il periodo transitorio aumentava visibilmente. Se invece si impostava la resistenza R in maniera tale che lo smorzamento fosse uguale o superiore all' unità, l'oscillazione era assente.
Per poter visualizzare l' oscillazione del circuito, è stato necessario inserire un treno di onde quadre all' ingresso di esso. Se si fosse inserito un gradino infatti, l' oscilloscopio non sarebbe stato in grado di visualizzare il transitorio (a meno che non avessimo avuto a disposizione un oscilloscopio dotato di memoria).

Scardicchio Sebastiano 5 ETB