

Realizzazione del diagramma di Nyquist per una generica f.d.t. realizzata in Excel

Sia assegnata la generica funzione di trasferimento:

$$G(j\omega) = K \cdot \frac{(j\omega)^{nzo} \cdot (1 + j\omega T_{z_1}) \cdot (1 + j\omega T_{z_2}) \cdot (1 + j\omega T_{z_3}) \cdot (1 + j\omega T_{z_4})}{(j\omega)^{npo} \cdot (1 + j\omega T_{p_1}) \cdot (1 + j\omega T_{p_2}) \cdot (1 + j\omega T_{p_3}) \cdot (1 + j\omega T_{p_4})}$$

ove:

nzo è il numero di zeri nell'origine

npo è il numero di poli nell'origine

Tz₁, Tz₂, Tz₃, Tz₄ sono le costanti di tempo a numeratore

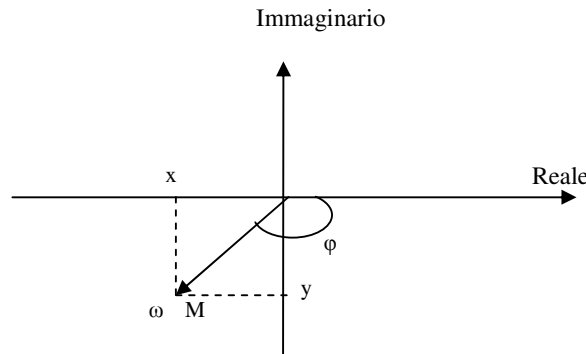
Tp₁, Tp₂, Tp₃, Tp₄ sono le costanti di tempo a denominatore

Le pulsazioni d'angolo ω_{z_1} , ω_{z_2} , ω_{z_3} , ω_{z_4} e ω_{p_1} , ω_{p_2} , ω_{p_3} , ω_{p_4} si calcolano eseguendo il reciproco delle relative costanti di tempi.

L'algoritmo che si vuol mettere in atto prevede la realizzazione di una tabella in cui ciascuna riga contiene una pulsazione ω che faremo variare da un valore sufficientemente piccolo (prossimo a 0) a un valore sufficientemente grande (prossimo a ∞), il modulo M della f.d.t, la fase φ , x, y.
Avuti il modulo M e la fase φ si può disegnare un vettore nel piano complesso. La proiezione del vettore sull'asse reale mi darà la x e la proiezione sull'asse immaginario fornirà la y.

$$x = M \cdot \cos(\varphi)$$

$$y = M \cdot \sin(\varphi)$$



Si realizza un grafico che fornirà y in funzione di x.

Il modulo della f.d.t. vale:

$$|G(j\omega)| = M = K \cdot (\omega)^{nzo-npo} \cdot \sqrt{\frac{[1 + (\omega T_{z_1})^2] \cdot [1 + (\omega T_{z_2})^2] \cdot [1 + (\omega T_{z_3})^2] \cdot [1 + (\omega T_{z_4})^2]}{[1 + (\omega T_{p_1})^2] \cdot [1 + (\omega T_{p_2})^2] \cdot [1 + (\omega T_{p_3})^2] \cdot [1 + (\omega T_{p_4})^2]}}$$

$$\varphi = 90 \cdot (nzo - npo) + \arctan(\omega T_{z_1}) + \arctan(\omega T_{z_2}) + \arctan(\omega T_{z_3}) + \arctan(\omega T_{z_4}) + \\ - \arctan(\omega T_{p_1}) - \arctan(\omega T_{p_2}) - \arctan(\omega T_{p_3}) - \arctan(\omega T_{p_4})$$

La scelta dei valori di ω da inserire è critico. Si è deciso di iniziare dalla decima parte della più piccola pulsazione d'angolo degli zeri e dei poli e di terminare, dopo 100 valori, a 10 volte la più grande pulsazione d'angolo.

I valori dovranno essere:

$$0.1\omega_{\min} \quad p*0.1\omega_{\min} \quad p^2*0.1\omega_{\min} \quad p^3*0.1\omega_{\min} \quad \dots \quad p^{100}*0.1\omega_{\min} = 10 \omega_{\max}$$

L'ultimo valore mi consente di determinare il passo moltiplicativo p :

$$p = \left(100 \cdot \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} \right)^{0.01}$$

Se, ad esempio, la f.d.t. presenta una costante $K=5$, un solo polo nell'origine, nessuno zero e due poli con costante di tempo $Tp_1=0.1s$ e $Tp_2=0.2s$ nella procedura Excel si dovranno inserire:

Tz1=0
Tz2=0
Tz3=0
Tz4=0
NZO=0
K=5
Tp1=0,1
Tp2=0,2
Tp3=0
Tp4=0
NPO=1

Nella seguente figura si mostra uno scorcio della tabella in cui sono evidenziate le formule. Il foglio è protetto da scrittura salvo le celle in giallo in cui inserire le costanti di tempo, il K ed il numero di zeri e poli eventuali nell'origine.

C1	f _x							
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Diagramma di Nyquist							
2								
3	costanti di tempo		pulsazione	n.	w	Modulo	Fase	x
4	a numeratore			1	=wmin*0,1	=ASS(k)*E4*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F4*COS(G4)
5	TZ1= 0	=SE(B5=0;"infin.";1/B5)		2	=E4*p	=ASS(k)*E5*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F5*COS(G5)
6	TZ2= 0	=SE(B6=0;"infin.";1/B6)		3	=E5*p	=ASS(k)*E6*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F6*COS(G6)
7	TZ3= 0	=SE(B7=0;"infin.";1/B7)		4	=E6*p	=ASS(k)*E7*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F7*COS(G7)
8	TZ4= 0	=SE(B8=0;"infin.";1/B8)		5	=E7*p	=ASS(k)*E8*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F8*COS(G8)
9	NZO= 0			6	=E8*p	=ASS(k)*E9*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F9*COS(G9)
10	K= 5			7	=E9*p	=ASS(k)*E10*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F10*COS(G10)
11	a denominatore			8	=E10*p	=ASS(k)*E11*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F11*COS(G11)
12	TP1= 0,1	=SE(B12=0;"infin.";1/B12)		9	=E11*p	=ASS(k)*E12*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F12*COS(G12)
13	TP2= 0,2	=SE(B13=0;"infin.";1/B13)		10	=E12*p	=ASS(k)*E13*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F13*COS(G13)
14	TP3= 0	=SE(B14=0;"infin.";1/B14)		11	=E13*p	=ASS(k)*E14*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F14*COS(G14)
15	TP4= 0	=SE(B15=0;"infin.";1/B15)		12	=E14*p	=ASS(k)*E15*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F15*COS(G15)
16	NPO= 1			13	=E15*p	=ASS(k)*E16*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F16*COS(G16)
17				14	=E16*p	=ASS(k)*E17*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F17*COS(G17)
18		wmin =MIN(C5:C15)		15	=E17*p	=ASS(k)*E18*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F18*COS(G18)
19		wmax =MAX(C5:C15)		16	=E18*p	=ASS(k)*E19*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F19*COS(G19)
20		n =100		17	=E19*p	=ASS(k)*E20*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F20*COS(G20)
21		passo =(100*wmax/wmin)^(1/n)		18	=E20*p	=ASS(k)*E21*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F21*COS(G21)
22				19	=E21*p	=ASS(k)*E22*(NZO-NP)	=(NZO-NPO)*PI.GRE	=F22*COS(G22)

Nella successiva figura si mostrano i valori numerici assunti nelle celle precedenti.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Diagramma di Nyquist								
2									
3	costanti di tempo		pulsazione	n.	w	Modulo	Fase	x	y
4	a numeratore			1	0,5	9,9379572	-1,72042	-1,4814449	-9,82692
5	TZ1= 0	infin.	2	0,527	9,4185945	-1,72852	-1,47939468	-9,30168	
6	TZ2= 0	infin.	3	0,556	8,9256898	-1,73705	-1,47712087	-8,80262	
7	TZ3= 0	infin.	4	0,586	8,4578611	-1,74604	-1,47459975	-8,32832	
8	TZ4= 0	infin.	5	0,618	8,0137972	-1,7555	-1,47180528	-7,87748	
9	NZO= 0		6	0,652	7,5922539	-1,76547	-1,46870884	-7,44884	
10	K= 5		7	0,687	7,1920508	-1,77597	-1,46527908	-7,0412	
11	a denominatore		8	0,725	6,8120677	-1,78702	-1,46148167	-6,65345	
12	TP1= 0,1	10	9	0,764	6,4512421	-1,79865	-1,4572791	-6,28449	
13	TP2= 0,2	5	10	0,805	6,1085657	-1,8109	-1,45263048	-5,93333	
14	TP3= 0	infin.	11	0,849	5,7830821	-1,82378	-1,44749133	-5,599	
15	TP4= 0	infin.	12	0,896	5,4738841	-1,83734	-1,44181338	-5,28059	
16	NPO= 1		13	0,944	5,1801112	-1,8516	-1,43554439	-4,97722	
17			14	0,996	4,9009476	-1,86659	-1,42862805	-4,6881	
18		wmin	5	1,05	4,6356197	-1,88235	-1,42100383	-4,41245	
19		wmax	10	1,107	4,3833943	-1,89892	-1,41260697	-4,14954	
20		n	100	1,167	4,1435772	-1,91632	-1,40336848	-3,89869	
21		passo	1,0544119	1,231	3,9155105	-1,93459	-1,39321531	-3,65926	
22				1,298	3,698572	-1,95377	-1,38207053	-3,43064	

Nella successiva figura si mostra il diagramma di Nyquist.

