

QUADRIPOLO

1. Generalità

Si definisce quadripolo una generica rete elettrica munita di due morsetti di ingresso e due morsetti di uscita come si mostra in fig.1.

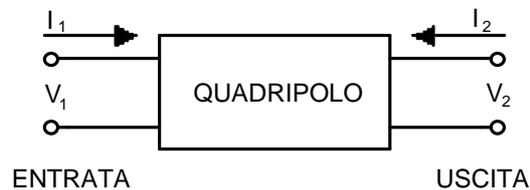


Fig.1 Schema a blocchi di un quadripolo.

Spesso un morsetto di entrata è in comune con uno di uscita e rappresenta il potenziale di riferimento (massa) del circuito.

I quadripoli possono essere passivi se costituiti solamente da componenti R, L e C e da generatori elettrici indipendenti, o attivi se contengono, oltre agli elementi citati, anche dispositivi attivi come transistor BJT, JFET, amplificatori operazionali, ecc.

Nei quadripoli attivi la potenza di uscita è maggiore di quella di entrata (amplificatori).

Nel seguito si analizzeranno quadripoli passivi lineari nei quali è applicabile il principio della sovrapposizione degli effetti (cap.I, par.7.5) e si indicheranno con V , I e Z le grandezze vettoriali relative alla tensione, corrente e impedenza del quadripolo e con $|V|$, $|I|$ e $|Z|$ i loro moduli, salvo avviso contrario.

2. IMPEDENZE CARATTERISTICHE DI UN QUADRIPOLO

2.1. IMPEDENZA DI INGRESSO E IMPEDENZA DI USCITA

In fig.2 si mostra lo schema a blocchi di un quadripolo in cui vengono evidenziati il generatore di comando V_S con impedenza interna Z_S e il carico di uscita Z_L .

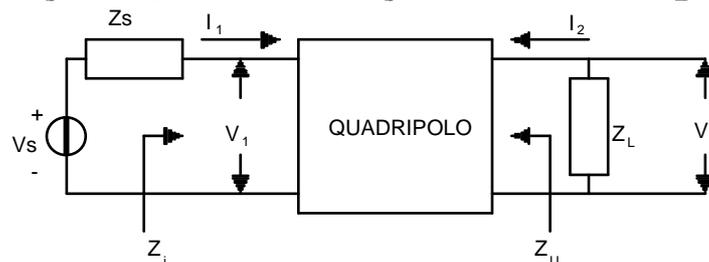


Fig.2

Si definisce *impedenza di ingresso* Z_i il rapporto tra la tensione e la corrente di ingresso:

$$Z_i = \frac{V_1}{I_1}$$

In particolare si indica con:

- 1) Z_{ia} l'impedenza di ingresso con uscita aperta ($Z_L = \infty$);
- 2) Z_{ic} l'impedenza di ingresso con uscita in cortocircuito ($Z_L = 0$).

Si definisce *impedenza di uscita* Z_U il rapporto tra la tensione e la corrente di uscita dopo aver annullato il generatore di ingresso ($V_S = 0$):

$$Z_U = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{V_S=0}$$

In fig.3 si mostra la disposizione circuitale per il calcolo di Z_U . Si osservi che al posto del carico Z_L si è sostituito un generatore esterno V_2 in grado di erogare la corrente I_2 .

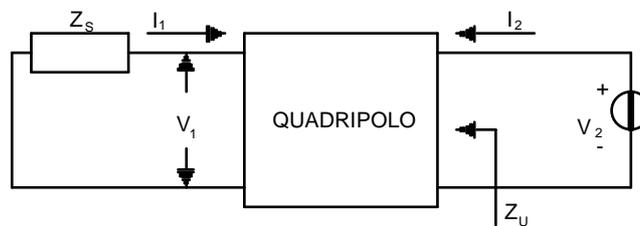


Fig.3

In particolare si indica con:

- 1) Z_{ua} l'impedenza di uscita con ingresso aperto ($I_1 = 0$);
- 2) Z_{uc} l'impedenza di uscita con ingresso in cortocircuito ($V_1 = 0$).

2.2. IMPEDENZE ITERATIVE

Si definisce *impedenza iterativa di ingresso* Z_{i1} il valore che deve assumere il carico Z_L affinché l'impedenza di ingresso Z_i risulti uguale a Z_L :

$$Z_{i1} = Z_i = Z_L$$

Analogamente si definisce *impedenza iterativa di uscita* Z_{i2} il valore che deve assumere l'impedenza del generatore affinché l'impedenza di uscita Z_U risulti uguale a Z_S :

$$Z_{i2} = Z_U = Z_S$$

Esempio n.1

Determinare le impedenze iterative di ingresso e di uscita per il quadripolo a T di fig.4.

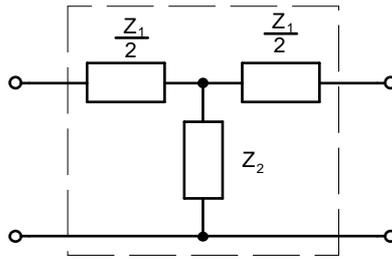


Fig.4 Quadripolo a T simmetrico.

Risoluzione

Il circuito proposto è noto come quadripolo a T simmetrico. Per calcolare le impedenze iterative di ingresso e di uscita si devono analizzare i circuiti di fig. 5a e 5b.

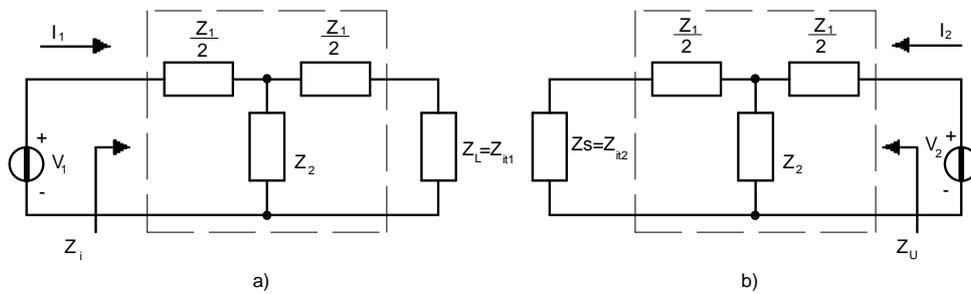


Fig.5 Circuiti per il calcolo delle impedenze iterative di una rete a T simmetrica.

Dalla fig.5a si ricava:

$$Z_i = \left(\frac{Z_1}{2} + Z_L \right) // Z_2 + \frac{Z_1}{2}$$

Per definizione deve essere $Z_{it1} = Z_i = Z_L$ per cui:

$$Z_{it1} = \left(\frac{Z_1}{2} + Z_{it1} \right) // Z_2 + \frac{Z_1}{2}$$

Sviluppando la precedente relazione si ricava per Z_{it1} la seguente espressione:

$$Z_{it1} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}}$$

Analogamente dal circuito di fig.5b si ha:

$$Z_U = \left(Z_S + \frac{Z_1}{2} \right) // Z_2 + \frac{Z_1}{2}$$

Poiché deve essere $Z_{it2} = Z_U = Z_S$ si ottiene per l'impedenza iterativa di uscita Z_{it2} il valore:

$$Z_{it2} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}}$$

Si osservi che, data la simmetria del circuito, è: $Z_{i1} = Z_{i2}$.

Si può verificare che se più quadripoli sono collegati in cascata come in fig.6 e presentano la stessa impedenza iterativa di ingresso e di uscita, cioè:

$$Z_{i1A} = Z_{i1B} = Z_{i1C} = Z_L$$

$$Z_{i2A} = Z_{i2B} = Z_{i2C} = Z_S$$

La cascata è equivalente ad un solo quadripolo avente impedenza iterativa di ingresso pari a Z_L e impedenza iterativa di uscita pari a Z_S .

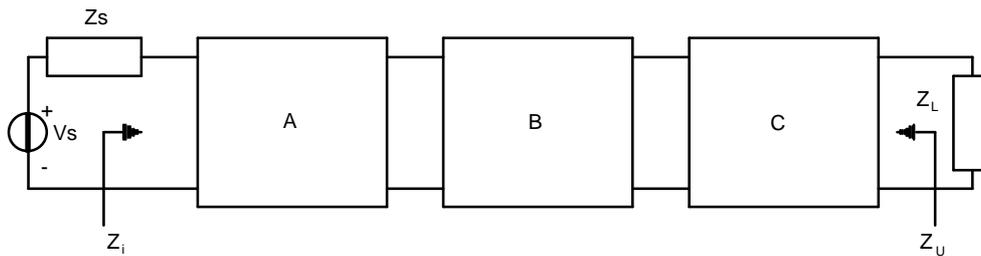


Fig.6

2.3. IMPEDENZE IMMAGINI

Si definiscono *impedenze immagini* di un quadripolo quelle impedenze Z_{im1} di ingresso e Z_{im2} di uscita tali che chiudendo i morsetti di uscita su un carico $Z_L = Z_{im2}$, l'impedenza di ingresso vale: $Z_i = Z_{im1}$; analogamente chiudendo i morsetti di entrata su una impedenza $Z_S = Z_{im1}$, l'impedenza di uscita vale: $Z_U = Z_{im2}$. In fig.7 si riportano le schematizzazioni relative alla definizione di impedenza immagine.

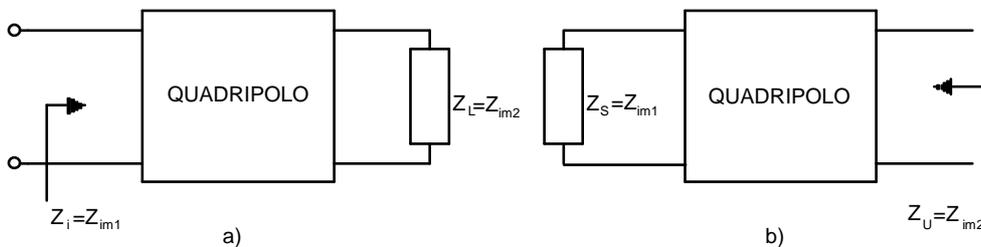


Fig.7

Esempio n.2

Determinare le impedenze immagini per il quadripolo a T di fig.8.

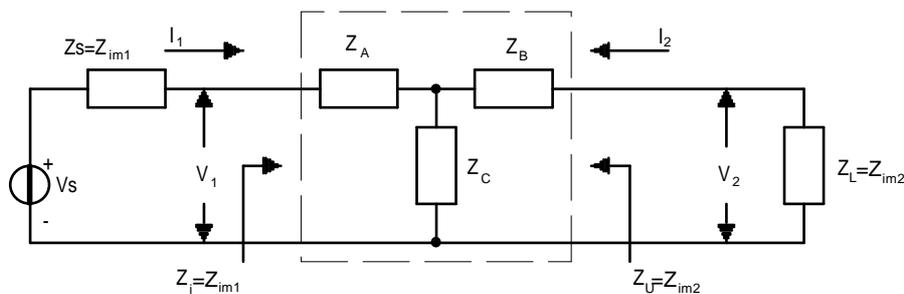


Fig.8

Risoluzione

Dalla fig.8 si ricavano le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} Z_{im1} = (Z_{im2} + Z_B) // Z_C + Z_A \\ Z_{im2} = (Z_{im1} + Z_A) // Z_C + Z_B \end{cases}$$

Risolvendo il sistema rispetto a Z_{im1} e Z_{im2} si ricava:

$$Z_{im1} = \sqrt{\frac{(Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A) \cdot (Z_A + Z_B)}{Z_B + Z_C}}$$

$$Z_{im2} = \sqrt{\frac{(Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A) \cdot (Z_B + Z_C)}{Z_A + Z_C}}$$

Se il quadripolo è a T simmetrico, posto:

$$Z_A = Z_B = \frac{Z_1}{2} \quad e \quad Z_C = Z_2$$

si ottiene il circuito di fig.4 e le impedenze immagini coincidono tra loro e con quelle iterative:

$$Z_{im1} = Z_{im2} = \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} \quad (1)$$

Le impedenze immagini si possono ricavare in funzione delle impedenze di ingresso e di uscita a circuito aperto e in cortocircuito attraverso le seguenti formule:

$$Z_{im1} = \sqrt{Z_{ia} \cdot Z_{ic}} \quad (2)$$

$$Z_{im2} = \sqrt{Z_{ua} \cdot Z_{uc}} \quad (3)$$

In altre parole le impedenze immagini sono la media geometrica tra le impedenze a vuoto e in cortocircuito.

2.4. IMPEDENZA CARATTERISTICA

Si è visto che in un quadripolo simmetrico le impedenze iterative e quelle immagine coincidono. Tale valore prende il nome di *impedenza caratteristica* del quadripolo e si indica con Z_0 :

$$Z_0 = Z_{it} = Z_{im}$$

Esempio n.3

Nel quadripolo simmetrico resistivo a T di fig.9 è noto: $R = 50\Omega$. Determinare il valore di R_1 affinché l'impedenza caratteristica risulti: $Z_0 = 75\Omega$.

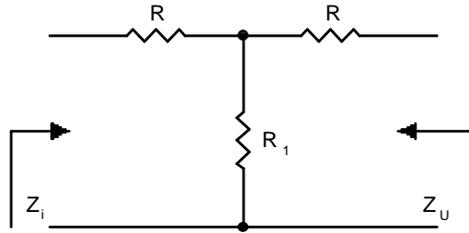


Fig. 9

Risoluzione

Applicando la (1), nella quale si pone: $R = Z_1/2$ e $R_1 = Z_2$, si ha:

$$Z_o = \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} = \sqrt{2RR_1 + R^2} \quad (4)$$

Si ricava R_1 :

$$R_1 = \frac{Z_o^2 - R^2}{2R} = \frac{75^2 - 50^2}{100} = 31.25\Omega$$

Allo stesso risultato si perviene applicando la (2) o la (3).

Si valutano le impedenze Z_{ia} e Z_{ic} :

$$Z_{ia} = R + R_1; \quad Z_{ic} = R/R_1 + R$$

L'impedenza caratteristica risulta:

$$Z_o = \sqrt{(R + R_1)(R/R_1 + R)} = \sqrt{(R + R_1) \left[\frac{RR_1 + R(R + R_1)}{R + R_1} \right]}$$

da cui:

$$Z_o = \sqrt{2RR_1 + R^2}$$

coincidente con la (4).

3. MODELLI MATEMATICI

Da un punto di vista matematico un quadripolo può essere rappresentato da funzioni che esprimono il legame esistente tra le quattro grandezze elettriche (tensione e corrente di ingresso e di uscita).

Se il quadripolo è costituito da elementi lineari ed invarianti nel tempo, il modello matematico che si sviluppa è anch'esso lineare e invariante nel tempo per cui le grandezze che appaiono nelle equazioni sono di primo grado ed hanno dei coefficienti numerici costanti.

E' d'uso esprimere due delle quattro grandezze, intese come variabili dipendenti, in funzione delle altre due che assumono il ruolo di variabili indipendenti.

A seconda della scelta effettuata si hanno diversi modelli matematici.

3.1 MODELLO A PARAMETRI Y

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\ I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \end{cases}$$

In questo caso le variabili indipendenti sono le due tensioni e il modello matematico consente di determinare le due correnti. I coefficienti hanno le dimensioni di ammettenze e sono così definite:

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \quad \text{se} \quad V_2 = 0$$

Y_{11} è l'ammettenza di ingresso quando l'uscita è cortocircuitata.

$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \quad \text{se} \quad V_1 = 0$$

Y_{12} è l'ammettenza inversa di trasferimento con ingresso cortocircuitato.

$$Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \quad \text{se} \quad V_2 = 0$$

Y_{21} è l'ammettenza diretta di trasferimento con uscita cortocircuitata.

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \quad \text{se} \quad V_1 = 0$$

Y_{22} è l'ammettenza di uscita con ingresso cortocircuitato.

Dal punto di vista elettrico il modello a parametri Y equivale al circuito mostrato in fig. 10.

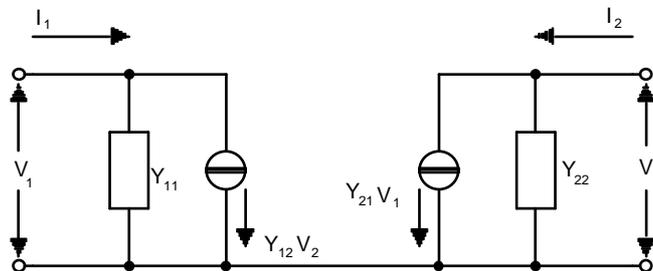


Fig.10 Circuito equivalente del quadripolo a parametri Y .

3.2 MODELLO A PARAMETRI Z

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

Le variabili indipendenti sono le correnti e quelle dipendenti sono le tensioni. I coefficienti Z sono impedenze che possono essere definite, secondo il procedimento esaminato nel caso precedente, a morsetti di ingresso e di uscita aperti al fine di annullare la corrente.

Il circuito equivalente del modello a parametri Z è mostrato in fig. 11.

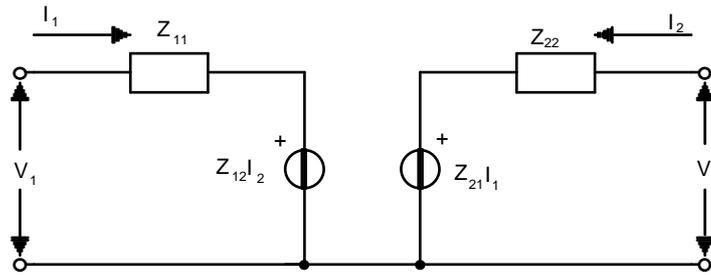


Fig.11 Circuito equivalente del modello a parametri Z.

3.3 MODELLO A PARAMETRI IBRIDI h

$$\begin{cases} V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{cases}$$

In questo caso le variabili indipendenti sono la corrente di ingresso I_1 e la tensione di uscita V_2 . Si osserva subito che i parametri h hanno unità di misura tra loro differente.

$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1} \quad \text{se} \quad V_2 = 0$$

h_{11} rappresenta l'impedenza di ingresso cortocircuitando i morsetti di uscita in modo che risulti: $V_2=0$.

$$h_{12} = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{se} \quad I_1 = 0$$

h_{12} rappresenta il guadagno inverso di tensione con i morsetti di ingresso aperti in modo che risulti: $I_1=0$.

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1} \quad \text{se} \quad V_2 = 0$$

h_{21} rappresenta il guadagno diretto di corrente con i morsetti di uscita in cortocircuito.

$$h_{22} = \frac{I_2}{V_2} \quad \text{se} \quad I_1 = 0$$

h_{22} rappresenta l'ammettenza di uscita con ingresso a morsetti aperti.

h_{12} e h_{21} sono adimensionali, h_{11} è un'impedenza e h_{22} è un'ammettenza; per tale motivo i parametri h si dicono *ibridi* (hybrid). In fig.12 si mostra il circuito equivalente utilizzato nello studio degli amplificatori a BJT.

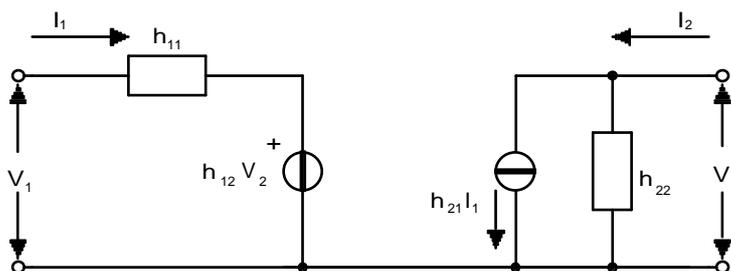


Fig.12 Circuito equivalente del modello a parametri ibridi.

3.4. MODELLO A PARAMETRI g

$$\begin{cases} I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2 \\ V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 \end{cases}$$

Le variabili indipendenti sono la tensione di ingresso e la corrente di uscita. I parametri g , come i parametri ibridi h , non hanno tutti le stesse dimensioni. Per la loro definizione si applichi il procedimento visto nei paragrafi precedenti. In fig.13 si mostra il circuito equivalente a parametri g .

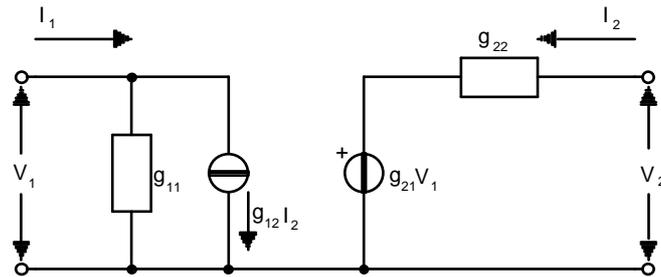


Fig.13 Circuito equivalente del modello a parametri g .

3.5. MODELLO A PARAMETRI ABCD

$$\begin{cases} V_1 = AV_2 + BI_2 \\ I_1 = CV_2 + DI_2 \end{cases}$$

Le variabili indipendenti sono le grandezze di uscita V_2 e I_2 . I coefficienti A e D sono adimensionali, B ha le dimensioni di una impedenza e C ha le dimensioni di una ammettenza. Il modello matematico indicato, visto come sistema di equazioni nelle incognite V_2 e I_2 , consente, appunto, di determinare le due grandezze di uscita note che siano quelle di ingresso. Il sistema risulta sempre risolubile per cui il determinante dei coefficienti non è nullo:

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC \neq 0$$

Si dimostra, inoltre (vedi esempio n.4), che tale determinante vale -1:

$$AD - BC = -1$$

Applicando la regola di *Cramer* si ricavano V_2 e I_2 :

$$V_2 = \frac{DV_1 - BI_1}{AD - BC} = -DV_1 + BI_1$$

$$I_2 = \frac{-CV_1 + AI_1}{AD - BC} = CV_1 - AI_1$$

3.6. MODELLO A PARAMETRI ABCD INVERSO

$$\begin{cases} V_2 = A'V_1 + B'I_1 \\ I_2 = C'V_1 + D'I_1 \end{cases}$$

In questo caso le variabili indipendenti sono le due grandezze di ingresso.

I parametri A' B' C' D' si possono ricavare immediatamente se si tiene conto delle ultime considerazioni effettuate nel paragrafo precedente. In particolare si ha:

$$A' = -D; \quad B' = B; \quad C' = C; \quad D' = -A$$

Anche in questo caso il determinante dei coefficienti risulta :

$$A'D' - B'C' = -1$$

Noti i parametri dei quadripoli e misurata la corrente I_1 prodotta dalla tensione V_1 applicata, il modello consente di determinare la tensione e la corrente di uscita del quadripolo e quindi l'impedenza di carico $Z_L = V_2/I_2$ senza dover effettuare le misure in uscita, cosa che torna comoda quando l'uscita del quadripolo non è direttamente accessibile.

Esempio n.4

Verificare che il determinante dei coefficienti del modello matematico a parametri ibridi $ABCD$ del circuito di fig.14 vale **-1**.

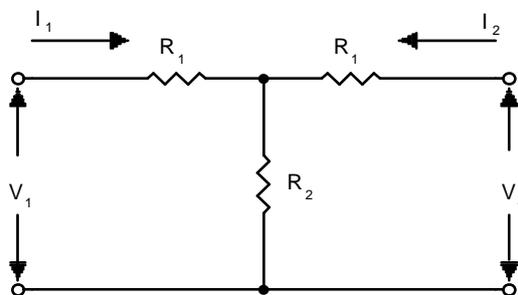


Fig.14 Quadripolo resistivo a T simmetrico.

Risoluzione

Si riscrivono per comodità le equazioni del modello a parametri $ABCD$:

$$\begin{cases} V_1 = AV_2 + BI_2 \\ I_1 = CV_2 + DI_2 \end{cases}$$

$$A = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{se} \quad I_2 = 0$$

Applicando la tensione V_1 in ingresso con i morsetti di uscita aperti esattamente come in fig.14, la tensione V_2 è quella che cade ai capi di R_2 :

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{da cui:} \quad A = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$B = \frac{V_1}{I_2} \quad \text{se} \quad V_2 = 0$$

Se in fig.14 si cortocircuitano i morsetti di uscita si ha:

$$I_2 = -I_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{e} \quad I_1 = \frac{V_1}{R_1 + R_1 // R_2}$$

Sostituendo si ricava: $B = - \frac{R_1^2 + 2R_1R_2}{R_2}$

$$C = \frac{I_1}{V_2} \quad \text{se} \quad I_2 = 0$$

Con uscita a morsetti aperti si ha: $V_2 = R_2 I_1$ da cui: $C = I_1 / R_2$.

$$D = \frac{I_1}{I_2} \quad \text{se} \quad V_2 = 0$$

Applicando la formula del divisore di corrente con morsetti chiusi in cortocircuito si ha:

$$I_2 = - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_1$$

quindi:

$$D = - \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

Il determinante vale:

$$= \frac{-(R_1 + R_2)^2 + R_1^2 + 2R_1R_2}{R_2^2} = \frac{-R_2^2}{R_2^2} = -1$$

4. QUADRIPOLI SIMMETRICI

Un quadripolo si dice simmetrico se, visto dai morsetti di uscita, risulta identico a quello esaminato dai morsetti di ingresso. Ricordando il modello a parametri $ABCD$ diretto e inverso per i quali si ha:

$$\mathbf{A}' = -\mathbf{D} \quad \text{e} \quad \mathbf{D}' = -\mathbf{A}, \quad \text{si deduce} \quad \mathbf{A} = -\mathbf{D} \quad \text{e} \quad \text{quindi:} \quad \mathbf{BC} = \mathbf{1} - \mathbf{A}^2$$

In un quadripolo simmetrico, perciò, le costanti caratteristiche indipendenti sono due.

In fig.15 si riportano due schemi di quadripoli simmetrici. Uno di essi è equivalente all'altro applicando le trasformazioni triangolo-stella o viceversa.

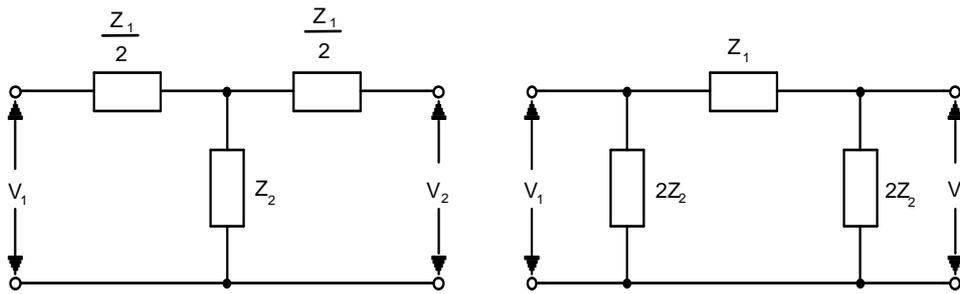


Fig.15 Quadripoli simmetrici a T e p .

5. ESPONENTE DI TRASDUZIONE

Se un quadripolo è alimentato da una tensione sinusoidale V_1 anche la tensione di uscita V_2 sarà sinusoidale con stessa frequenza di V_1 ma con modulo e fase che dipendono dalla natura delle impedenze che costituiscono il quadripolo. I segnali V_1 e V_2 si possono scrivere nella seguente forma esponenziale.

$$V_1 = |V_1| \cdot e^{j\varphi_1} ; \quad V_2 = |V_2| \cdot e^{j\varphi_2}$$

Si definisce *esponente di trasduzione* γ il logaritmo naturale del rapporto tra la tensione di entrata e quella di uscita:

$$\gamma = \ln \frac{V_1}{V_2} = \ln \frac{|V_1| \cdot e^{j\varphi_1}}{|V_2| \cdot e^{j\varphi_2}} = \ln \left[\frac{|V_1|}{|V_2|} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} \right] = \ln \frac{|V_1|}{|V_2|} + j(\varphi_1 - \varphi_2)$$

si pone:

$$\gamma = a + j\beta$$

La quantità β è detta *costante di fase* e rappresenta lo sfasamento tra il segnale di entrata e quello di uscita.

La quantità a è detta *costante di attenuazione* e dipende dal rapporto dei moduli di V_1 e V_2 e si misura in Neper [Np]:

$$\alpha = \ln \frac{|V_1|}{|V_2|} \quad [\text{Np}] \quad (5)$$

Si ricordi che il rapporto tra il modulo della tensione di uscita V_2 e di quella di entrata V_1 rappresenta l'amplificazione del quadripolo. Nei quadripoli passivi l'amplificazione è minore di 1.

Se si desidera esprimere a in decibel [dB] si deve applicare la formula di trasformazione che tiene conto del cambio di base del logaritmo:

$$\alpha_{dB} = 20 \log \frac{|V_1|}{|V_2|} = 20 \frac{\ln \frac{|V_1|}{|V_2|}}{\ln 10} = 8.686 \ln \frac{|V_1|}{|V_2|} = 8.686 \alpha_{Np}$$

Viceversa si ha:

$$\alpha_{Np} = 0.115 \alpha_{dB}$$

Nel caso di quadripoli simmetrici a T o a p come in fig.15 chiusi sulla propria impedenza caratteristica Z_0 si ricava:

$$\alpha = \ln \frac{|V_1|}{|V_2|} = \ln \frac{|I_1|}{|I_2|} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{Z_1 + 2Z_2 + 2Z_0}{Z_1 + 2Z_2 - 2Z_0} \right| \quad [Np] \quad (6)$$

6. QUADRIPOLI FILTRANTI A K COSTANTE

Nel cap.IV sono stati esaminati alcuni quadripoli filtranti di tipo passa-basso, passa-alto e passa-banda realizzati con elementi passivi RC o RLC. In questo paragrafo si analizzano filtri che non impiegano elementi resistivi ma solo reattivi come induttanze e capacità in configurazione simmetrica a T o a p, come mostrato in fig.16.

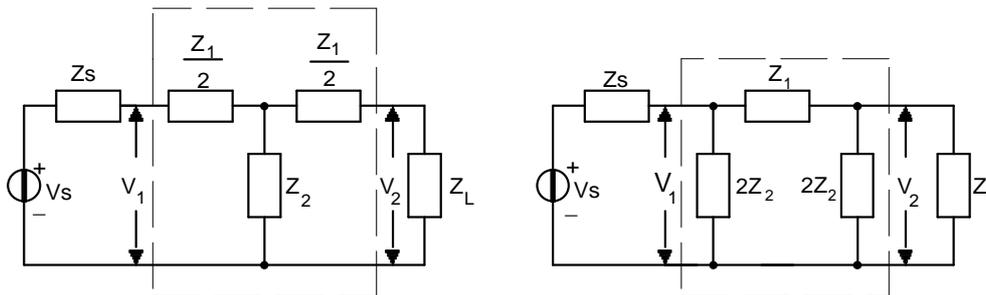


Fig.16

Le impedenze Z_s e Z_L , in questa trattazione, saranno considerate di natura puramente resistiva.

La risposta in frequenza del filtro è caratterizzata da una banda di frequenza (banda passante) entro la quale il quadripolo è *trasparente* al segnale di ingresso con massimo trasferimento di potenza sul carico. Per le altre frequenze di lavoro il dispositivo deve presentare una più o meno marcata attenuazione; tale gamma di frequenze costituisce la *banda oscura* del filtro.

La risposta in frequenza dei filtri dipende dalla natura delle impedenze costituenti il quadripolo. I parametri fondamentali dei quadripoli simmetrici filtranti a T e a p sono l'impedenza caratteristica Z_0 e la costante di attenuazione a . L'impedenza caratteristica, come già detto nei paragrafi precedenti, rappresenta il valore che deve assumere il carico del quadripolo per ottenere una impedenza di ingresso Z_i coincidente con Z_L .

Indicando con Z_a e Z_c le impedenze di ingresso del quadripolo con uscita aperta e con uscita in cortocircuito si ha:

$$Z_0 = \sqrt{Z_a \cdot Z_c}$$

Per il quadripolo a T si ricava:

$$Z_a = Z_2 + \frac{Z_1}{2}; \quad Z_c = \left(\frac{Z_1}{2} // Z_2\right) + \frac{Z_1}{2}$$

per cui:

$$Z_{OT} = \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} \quad (7)$$

Per il quadripolo a π si ricava:

$$Z_a = (Z_1 + 2Z_2) // 2Z_2; \quad Z_c = Z_1 // 2Z_2$$

per cui:

$$Z_{O\pi} = \sqrt{\frac{4Z_1 Z_2^2}{Z_1 + 4Z_2}} \quad (8)$$

La costante di attenuazione α è la stessa sia per la struttura a T che per quella a π e vale:

$$\alpha = \ln \frac{|V_1|}{|V_2|} = \ln \frac{|I_1|}{|I_2|} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{Z_1 + 2Z_2 + 2Z_o}{Z_1 + 2Z_2 - 2Z_o} \right|$$

Una importante categoria di filtri che impiegano quadripoli simmetrici a T o a π sono i *filtri a K costante*. Tali filtri sono realizzati impiegando come impedenze Z_1 e Z_2 delle pure reattanze di segno opposto in modo che il fattore K , così definito:

$$K = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} \quad [\Omega]$$

sia costante ed indipendente dalla frequenza di lavoro.

Sostituendo la precedente relazione nella (7) e nella (8) si ottiene per il quadripolo a T e a π , rispettivamente:

$$Z_{OT} = K \cdot \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (9); \quad Z_{O\pi} = \frac{K}{\sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} \quad (10)$$

Per la progettazione dei componenti del quadripolo si deve tener presente che nella banda passante del filtro l'impedenza caratteristica deve essere resistiva $Z_o = R_L$ in modo da consentire il trasferimento di potenza attiva dal generatore al carico. Ciò si ottiene se nelle formule (9) e (10) si pone:

$$1 + \frac{Z_1}{4Z_2} > 0$$

Nella banda oscura l'impedenza caratteristica deve essere immaginaria in modo che non ci sia trasferimento di potenza attiva sul carico. In tal caso, infatti, è presente solo potenza reattiva. Ciò si ottiene se:

$$1 + \frac{Z_1}{4Z_2} < 0$$

La frequenza o le frequenze di taglio del filtro rappresentano la separazione tra i due precedenti comportamenti e si determinano risolvendo l'equazione:

$$1 + \frac{Z_1}{4Z_2} = 0 \quad \text{ovvero:} \quad Z_1 = -4Z_2$$

Alle frequenze di taglio si ha:

$$Z_{0T} = 0; \quad Z_{0\pi} = \infty$$

Per ottimizzare l'accoppiamento tra generatore e carico le impedenze Z_S e Z_L devono essere resistive R_S e R_L e devono soddisfare la relazione:

$K = R_L = R_S$ ovvero:

$$\sqrt{Z_1 \cdot Z_2} = R_L = R_S$$

In definitiva, assegnati il valore della resistenza di carico R_L e della frequenza (o delle frequenze) di taglio del filtro, la progettazione si effettua risolvendo le seguenti equazioni:

$$\sqrt{Z_1 \cdot Z_2} = R_L; \quad Z_1 = -4Z_2.$$

6.1. FILTRO PASSA BASSO A K COSTANTE

In fig.17 si riportano gli schemi elettrici fondamentali con quadripoli a T e π .

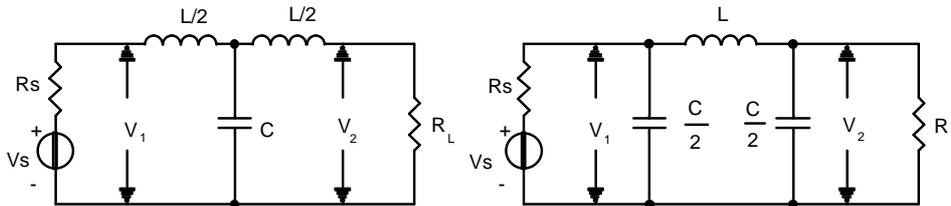


Fig.17 Filtro passa-basso a K costante a T e a π .

Posto: $Z_1 = j\omega L$ e $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$ si ricava: $K = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Dalla condizione $Z_1 = -4Z_2$ si determina la frequenza di taglio:

$$f_t = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$$

Progetto: Si fissano f_t e $K = R_S = R_L$ e si ricavano i valori:

$$C = \frac{1}{\pi f_t R_L}; \quad L = \frac{R_L}{\pi f_t}$$

6.2. FILTRO PASSA ALTO A K COSTANTE

In fig.18 si riportano gli schemi elettrici fondamentali con quadripoli a T e π .

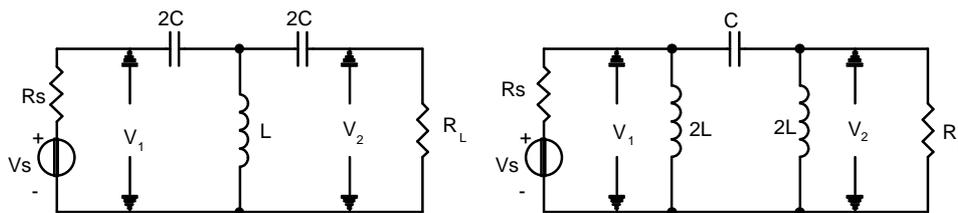


Fig.18 Filtro passa-alto a K costante a T e a π .

Posto: $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$ e $Z_2 = j\omega L$ si ricava: $K = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Dalla condizione $Z_1 = -4Z_2$ si determina la frequenza di taglio:

$$f_t = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$$

Progetto: Si fissano f_t e $K = R_s = R_L$ e si ricavano i valori:

$$C = \frac{1}{4\pi f_t R_L} ; \quad L = \frac{R_L}{4\pi f_t}$$

6.3. FILTRO PASSA BANDA A K COSTANTE

In fig.19 si riportano gli schemi elettrici fondamentali con quadripoli a T e π .

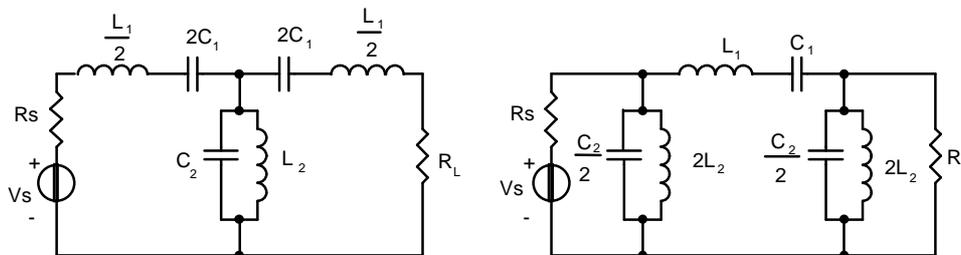


Fig.19 Filtri passa-banda a K costante a T e a π .

Posto: $Z_1 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}$; $Z_2 = (j\omega L_2) // (\frac{1}{j\omega C_2})$

e uguagliando le frequenze di risonanza dei circuiti risonanti serie e parallelo:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} \quad \text{ovvero:} \quad L_1 C_1 = L_2 C_2$$

si ricava:

$$K = \sqrt{Z_1 Z_2} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$$

Dalla condizione : $Z_1 = -4Z_2$ si determina la frequenza di taglio inferiore f_i e superiore f_s :

$$f_i = f_o \left(\sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1}} - \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \right); \quad f_s = f_o \left(\sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1}} + \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \right); \quad f_o = \sqrt{f_i \cdot f_s}$$

Progetto: Si fissano f_i , f_s e $K = R_S = R_L$ e si ricavano:

$$L_1 = \frac{R_L}{\pi(f_s - f_i)}; \quad L_2 = \frac{R_L(f_s - f_i)}{4\pi f_s \cdot f_i}; \quad C_1 = \frac{L_2}{R_L^2}; \quad C_2 = \frac{L_1}{R_L^2}$$

6.4. FILTRO ANNULLI BANDA A K COSTANTE

In fig.20 si riportano gli schemi elettrici fondamentali con quadripoli a T e π .

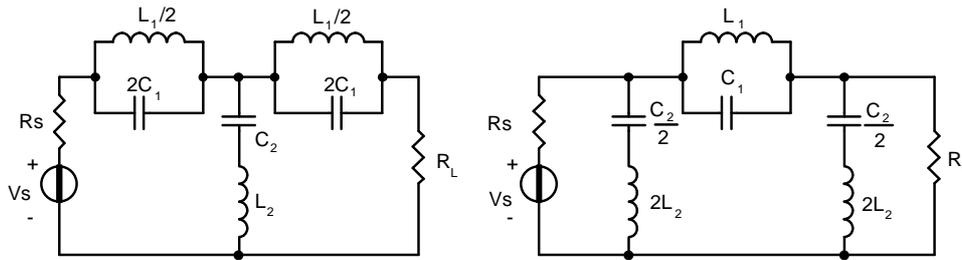


Fig.20 Filtri annulli-banda a K costante a T e a π .

Posto: $Z_1 = (j\omega L_1) // \left(\frac{1}{j\omega C_1} \right); \quad Z_2 = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}$

e uguagliando le frequenze di risonanza dei circuiti risonanti serie e parallelo:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} \quad \text{ovvero:} \quad L_1 C_1 = L_2 C_2$$

si ricava:

$$K = \sqrt{Z_1 Z_2} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$$

Dalla condizione : $Z_1 = -4Z_2$ si determina la frequenza di taglio inferiore f_i e superiore f_s :

$$f_i = \frac{f_o}{4} \left(\sqrt{\frac{16C_1 + C_2}{C_1}} - \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \right); \quad f_s = \frac{f_o}{4} \left(\sqrt{\frac{16C_1 + C_2}{C_1}} + \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \right);$$

$$f_o = \sqrt{f_i \cdot f_s}$$

Progetto: Si fissano f_i , f_s e $K = R_S = R_L$ e si ricavano:

$$L_1 = \frac{R_L(f_s - f_i)}{\pi f_s \cdot f_i} ; L_2 = \frac{R_L}{4\pi(f_s - f_i)} ; C_1 = \frac{L_2}{R_L^2} ; C_2 = \frac{L_1}{R_L^2}$$

7. LIVELLI DI TENSIONE, CORRENTE E POTENZA

In molte applicazioni pratiche, per meglio definire e confrontare le grandezze elettriche di un quadripolo o di una catena di quadripoli, si impiegano unità logaritmiche piuttosto che unità lineari.

7.1. LIVELLI RELATIVI

Con riferimento alla fig.21, si definiscono *livelli relativi*, misurati in deciBel [dB], le seguenti espressioni:

1) livello relativo di tensione: $L_{rv} = 20 \log \frac{|V_2|}{|V_1|}$ [dB] ;

2) livello relativo di corrente: $L_{ri} = 20 \log \frac{|I_2|}{|I_1|}$ [dB] ;

3) livello relativo di potenza: $L_{rp} = 10 \log \frac{|P_2|}{|P_1|}$ [dB].

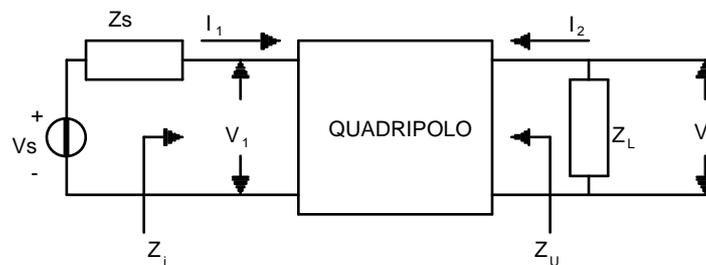


Fig. 21

In particolare le potenze $|P_1|$ e $|P_2|$ sono quelle apparenti misurate su una stessa impedenza e $|V|$ e $|I|$ sono, rispettivamente, i moduli della tensione e della corrente che interessano il quadripolo. I livelli relativi possono essere espressi in Neper utilizzando il logaritmo naturale invece di quello decimale:

$$L_{rv} = \ln \frac{|V_2|}{|V_1|} ; \quad L_{ri} = \ln \frac{|I_2|}{|I_1|} ; \quad L_{rp} = \frac{1}{2} \ln \frac{|P_2|}{|P_1|} \quad [\text{Np}]$$

Ricordando la formula per il cambio di base dei logaritmi si ricava:

$$1 \text{ Np} = 8.686 \text{ dB} ; \quad 1 \text{ dB} = 0.115 \text{ Np}$$

7.2. LIVELLI ASSOLUTI

I *livelli assoluti* vengono calcolati rispetto ad un generatore di riferimento definito dal CCITT (Comitato Consultivo Internazionale Telegrafico e Telefonico) detto *generatore normale*. Esso è un generatore sinusoidale con frequenza $f = 800 \text{ Hz}$ in grado di erogare una f.e.m. di valore efficace $E = 1.55 \text{ V}$ e presenta impedenza interna resistiva $Z_r = 600 \Omega$. I valori delle grandezze di riferimento V_r , I_r e P_r si ricavano chiudendo il generatore normale su un carico resistivo $Z_L = 600 \Omega$ come in fig. 22.

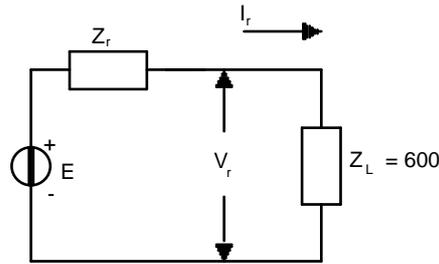


Fig.22

Si ottiene:

$$V_r = E \cdot \frac{Z_L}{Z_S + Z_L} = 0.775 \text{ V}; \quad I_r = \frac{E}{Z_S + Z_L} = 1.293 \text{ mA}; \quad P_r = V_r \cdot I_r = 1 \text{ mW}$$

In generale, indicando con $|V|$, $|I|$, $|P|$ e $|Z|$ i moduli della tensione, corrente, potenza e impedenza in una sezione qualunque di una cascata di quadripoli i livelli assoluti, misurati in **dB**, assumono le seguenti espressioni:

1) livello assoluto di tensione: $L_v = 20 \log \frac{|V|}{0.775 \text{ V}}$ [dBv] ;

2) livello assoluto di corrente: $L_i = 20 \log \frac{|I|}{1.293 \text{ mA}}$ [dB_i] ;

3) livello assoluto di potenza: $L_p = 10 \log \frac{|P|}{1 \text{ mW}}$ [dBm].

Le unità di misura **dBv** e **dB_i** indicano che si tratta di deciBel riferiti al livello assoluto di tensione e di corrente. L'indice m nell'unità di misura **dBm** indica che il numero di deciBel è associato alla potenza di riferimento di **1mW**.

E' facile verificare che il livello assoluto di potenza è legato a quello di tensione dalla seguente relazione:

$$L_p = L_v + 10 \log \frac{|Z_r|}{|Z|}$$

Infatti, dalla definizione di L_p si ricava:

$$L_p = 10 \log \frac{|P|}{|P_r|} = 10 \log \frac{|V|^2 / Z}{|V_r|^2 / Z_r} = 20 \log \frac{|V|}{|V_r|} + 10 \log \frac{|Z_r|}{|Z|}$$

La quantità: $\Delta = 10 \log \frac{|Z_r|}{|Z|}$ è detta *termine correttivo* per cui:

$$L_p = L_v + \Delta$$

Se $Z = Z_r = 600 \Omega$ si ha: $\Delta = 0$ e $L_p = L_v$.

Esempio n.5

Il generatore normale alimenta un carico resistivo come mostrato in fig.23. Determinare i livelli assoluti di uscita e il termine correttivo per $Z = 100 \Omega$ e $Z = 600 \Omega$

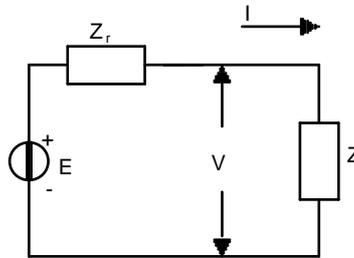


Fig.23

Risoluzione

Si valutano le grandezze elettriche V , I e P sul carico per i due casi proposti sapendo che per il generatore normale si ha: $E = 1.55V$ e $Z_r = 600 \Omega$

1) Per $Z = 100 \Omega$ si ottiene:

$$V = \frac{E \cdot Z}{Z_r + Z} = \frac{1.55 \cdot 100}{700} = 0.221V$$

$$I = \frac{E}{Z_r + Z} = \frac{1.55}{700} = 2.21mA$$

$$P = V \cdot I = 0.489mW$$

I livelli assoluti valgono:

$$L_v = 20 \log \frac{V}{V_r} = 20 \log \frac{0.221}{0.775} = -10.89 dBv$$

$$L_i = 20 \log \frac{I}{I_r} = 20 \log \frac{2.21}{1.293} = 4.66 dBi$$

$$L_p = 20 \log \frac{P}{P_r} = 20 \log \frac{0.489}{1} = -3.11 dBm$$

Il termine correttivo Δ risulta:

$$\Delta = 10 \log \frac{Z_r}{Z} = 7.78 \text{ dB}$$

Analogamente si ricava:

$$\Delta = L_p - L_v = -3.11 + 10.89 = 7.78 \text{ dB}$$

2) per $Z = 600 \ \Omega$ si ha:

$$V = E/2 = 0.775 \text{ V}; \quad I = V/Z = 1.293 \text{ mA}; \quad P = VI = 1 \text{ mW}$$

I livelli assoluti e il termine correttivo risultano:

$$L_v = L_i = L_p = 0 \text{ dB}; \quad \Delta = 0 \text{ dB}.$$

Ciò indica il perfetto adattamento tra generatore e carico.

7.3. IPSOGRAMMA

Se si hanno più quadripoli in cascata è utile conoscere l'andamento dei livelli assoluti o relativi di potenza lungo l'intero collegamento in modo da avere una informazione immediata sull'attenuazione. Tale andamento è detto *ipsogramma*.

Supponiamo di voler tracciare l'ipsogramma del collegamento tra due quadripoli mostrato in fig.24 sapendo che il primo quadripolo presenta tra entrata ed uscita un'attenuazione: $A_1 = -5 \text{ dB}$ e il secondo: $A_2 = -7 \text{ dB}$. La linea di collegamento è lunga: $l = 2 \text{ Km}$. con attenuazione: $\alpha = -1.2 \text{ dB/Km}$. Il segnale di ingresso è quello di riferimento con $P_r = 1 \text{ mW}$.

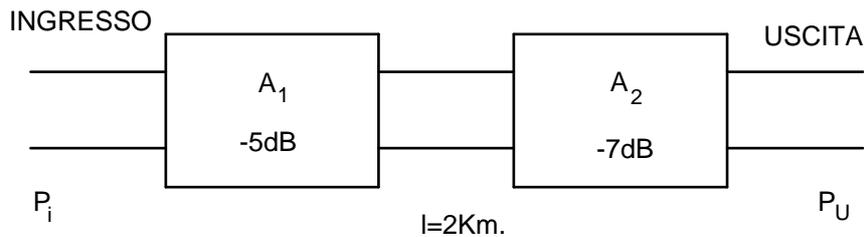


Fig.24 Collegamento tra due quadripoli alimentati da un generatore normale.

Il livello assoluto di potenza all'origine del collegamento è:

$$L_{PO} = 10 \log \frac{P_i}{P_r} = 0 \text{ dBm} \quad \text{poiché: } P_i = P_r = 1 \text{ mW}.$$

All'uscita del primo quadripolo si avrà:

$$L_{P1} = L_{PO} + A_1 = -5 \text{ dB}$$

Il tratto di linea tra i due quadripoli introduce un'attenuazione complessiva:

$$\alpha_1 = -1.2 \cdot 2 = -2.4 \text{ dB}$$

Il quadripolo terminale produce una ulteriore attenuazione $A_2 = -7 \text{ dB}$ per cui il livello di potenza di uscita è:

$$L_{PU} = L_{PO} + A_1 + \alpha_1 + A_2 = -14.4 \text{ dB}$$

In fig.25 si riporta l'ipsogramma relativo al collegamento in esame.

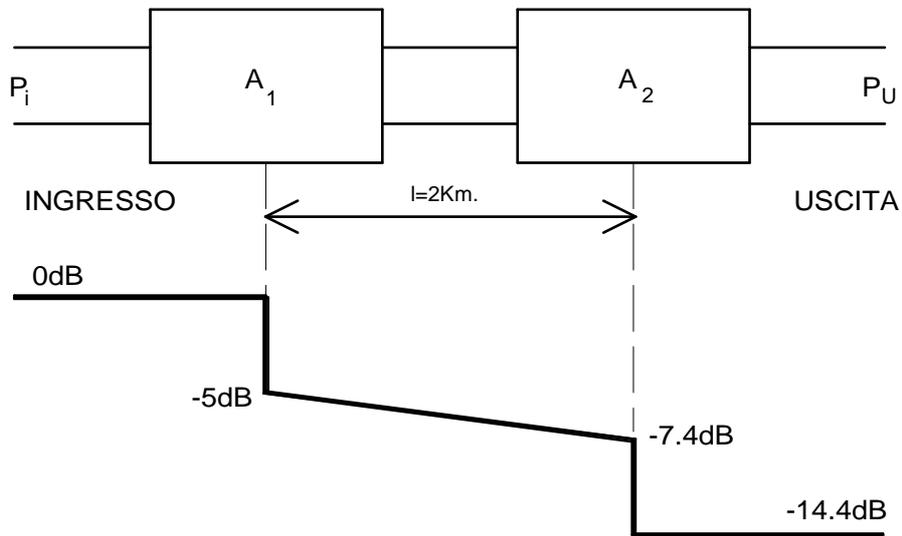


Fig.25 Ipsogramma dei livelli di uscita di potenza.

Si osservi che se la potenza P_i fosse stata diversa da quella di riferimento P_r , l'ipsogramma avrebbe avuto lo stesso andamento di quello di fig.25 a meno di una traslazione verticale di tutti i livelli di potenza della quantità:

$$L_{PO} = 10 \log \frac{P_i}{P_r}$$

8. ATTENUAZIONE ED EQUIVALENTE

Si consideri un quadripoli comandato in ingresso da un generatore di tensione $v_i(t)$ con impedenza interna Z_g alla cui uscita è connesso un carico Z_u come mostrato in fig.26 a).

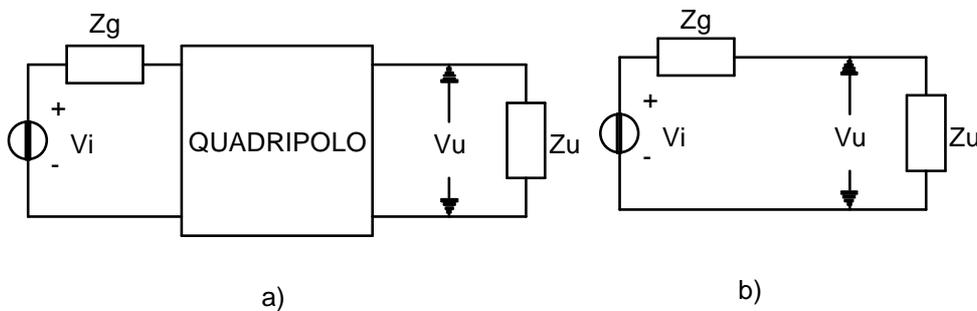


Fig.26 a) Collegamento tra un generatore di tensione e un carico attraverso un quadripolo;
b) collegamento diretto tra generatore e carico.

Si definisce *attenuazione di inserzione* A_i il rapporto:

$$A_i = 10 \log \frac{P}{P_u} \quad [\text{dB}] \quad (11)$$

dove P è la potenza apparente che il generatore erogherebbe al carico in un collegamento diretto (fig.26 b) e P_u è la potenza apparente erogata al carico in presenza di quadripolo.

Si definisce *attenuazione composta* il rapporto:

$$A_c = 10 \log \frac{P_c}{P_u} \quad [\text{dB}] \quad (12)$$

dove P_c è la potenza apparente che il generatore erogherebbe al carico in un collegamento diretto nelle ipotesi che $Z_u = Z_g$. Indicando con V_i e V_u i valori efficaci delle tensioni di ingresso e di uscita si ricava:

$$P_c = \left(\frac{V_i Z_u}{Z_u + Z_g} \right)^2 \cdot \frac{1}{Z_u} = \frac{(V_i / 2)^2}{Z_g} ; \quad P_u = \frac{V_u^2}{Z_g}$$

La (2) diventa:

$$A_c = 10 \log \left[\frac{(V_i / 2)^2}{Z_g} \cdot \frac{Z_u}{V_u^2} \right] = 20 \log \frac{V_i / 2}{V_u} + 10 \log \frac{Z_u}{Z_g} \quad (13)$$

La quantità $\Delta = 10 \log \frac{Z_u}{Z_g}$ è detta *termine correttivo*.

Se il quadripolo è eccitato dal *generatore normale* ($V_i = 1.55V$, $Z_g = 600\Omega$, $f = 800Hz$) ed è chiuso su una impedenza $Z_u = 600\Omega$ l'attenuazione composta assume una espressione semplificata E_q detta *equivalente del quadripolo*. Dalla (3) si ricava:

$$E_q = 20 \log \frac{0.775}{V_u} \quad [\text{dB}] \quad (14)$$

L'equivalente si può definire in funzione delle potenze applicando la (2).

In tal caso la potenza P_c è quella erogata dal generatore normale ad un carico $Z_u = 600\Omega$ e vale $P_r = 1mW$. Si ha:

$$E_q = 10 \log \frac{P_r}{P_u} = - 10 \log \frac{P_u}{P_r} = -L_p \quad (15)$$

La precedente relazione consente di definire l'equivalente come l'opposto del livello assoluto di potenza valutato su un carico resistivo $Z_u = 600\Omega$ nel caso che il quadripolo sia alimentato dal generatore normale. In campo telefonico la misura dell'equivalente consente di definire la qualità della trasmissione.

Tale misura si effettua inviando all'ingresso del collegamento il *tono di prova*

prelevato da un generatore normale. Al ricevitore viene misurato il livello di potenza su un carico di 600Ω e quindi si ricava l'equivalente di trasmissione. Nei sistemi telefonici il valore massimo dell'equivalente è stabilito dal CCITT (Comitato Consultivo Internazionale Telefonico e Telegrafico) e dipende dal tipo di trasmissione e dal canale fisico impiegato (linea, fibra ottica, ecc.).

Ad esempio, in un collegamento dati di qualità normale a due fili l'equivalente non deve superare i $27dB$ mentre in un collegamento di qualità speciale a 4 fili non deve superare i $6dB$. L'equivalente di trasmissione non deve superare i limiti imposti dal CCITT non solo per la frequenza di prova di $800Hz$ ma in tutta la banda del segnale telefonico compresa tra $300Hz$ e $3400Hz$. Assumendo come riferimento ($0dB$) l'equivalente misurato alla frequenza di $800Hz$, gli scarti ΔE dei valori misurati dell'equivalente entro la banda fonica devono essere compresi entro particolari diagrammi stabiliti dal CCITT noti come *maschere equivalente-frequenza*. In fig.27 si riporta la maschera equivalente-frequenza relativa alle normali linee telefoniche.

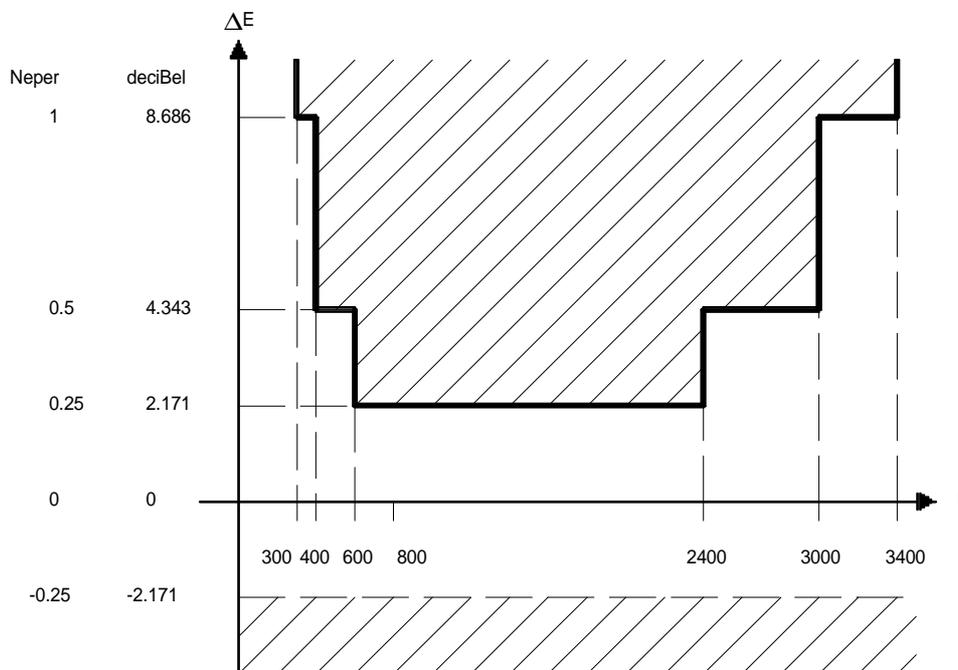


Fig.27 Maschera equivalente-frequenza.

Sull'asse delle ordinate sono riportati i valori di ΔE misurati in Neper e in deciBel. In fig.28 la curva entro la maschera rappresenta l'insieme dei valori misurati su una linea telefonica relativi allo scarto dell'equivalente ΔE . In questo caso il collegamento è accettabile poiché la curva è contenuta all'interno della maschera assegnata.

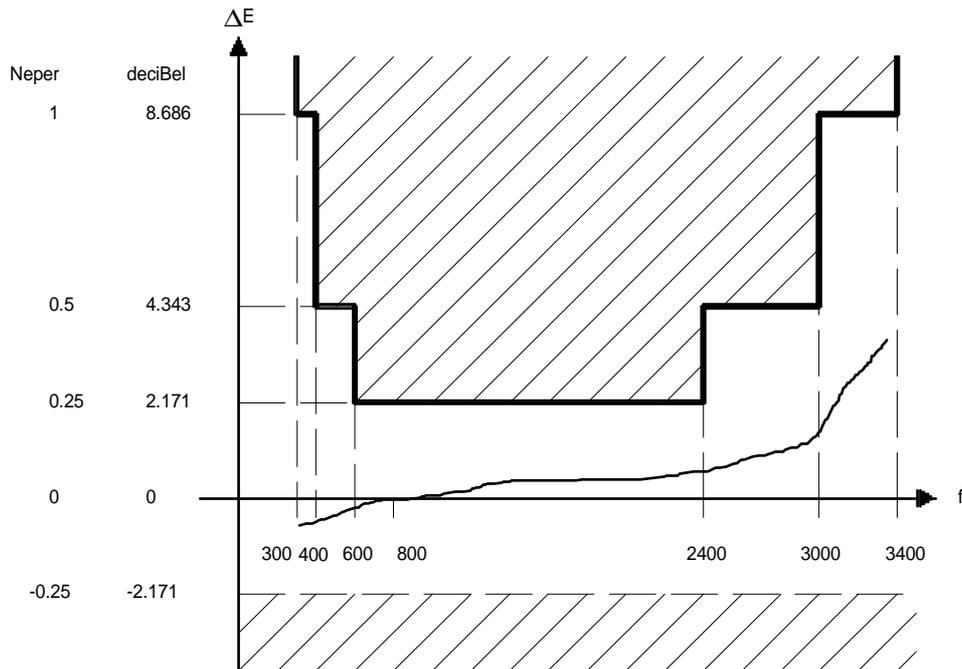


Fig.28 Curva entro la maschera equivalente-frequenza.

Se la curva degli scarti misurati interseca la maschera il collegamento non rispetta le norme del CCITT poiché vengono introdotte delle intollerabili distorsioni che potrebbero compromettere l'intelligibilità della trasmissione. Per risolvere questo inconveniente è necessario interporre opportuni *circuiti di equalizzazione*.

Esercizi proposti

1. Nel quadripolo a T di fig.8 sono noti:

$$Z_A = 10\Omega, Z_B = j5 [\Omega], Z_C = -j2 [\Omega].$$

Determinare le impedenze immagini Z_{im1} e Z_{im2} .

$$[R: Z_{im1} = 10.85 / \underline{4.06^\circ} [\Omega]; Z_{im2} = 2.91 / \underline{67.5^\circ} [\Omega]]$$

2. Un quadripolo resistivo descritto secondo il modello a parametri $ABCD$ presenta i seguenti dati:

$$A = 0.8, B = -10K\Omega, C = 0.5mA/V; \text{ determinare:}$$

a) il parametro D ;

b) la tensione V_2 , la corrente I_2 e il carico di uscita R_L sapendo che:

$$V_1 = 10V \text{ e } I_1 = 7mA.$$

$$[R: D = -7.5; V_2 = 5V; I_2 = -0.6mA; R_L = 8.33K\Omega]$$

3. Del quadripolo a T di fig.14 sono noti: $R_1 = 500\Omega$ e $R_2 = 1000\Omega$.

Determinare:

a) l'impedenza caratteristica Z_0 ;

b) i parametri caratteristici per il modello h e per il modello $ABCD$.

$$[R: h_{11} = 833\Omega; h_{12} = 0.667; h_{21} = -0.667; h_{22} = 0.667\text{mA/V}; \\ A = 1.5; B = -1.25\text{K}\Omega; C = 1\text{mA/V}; D = -1.5; Z_0 = 1.12\text{K}\Omega]$$

4. Un quadripolo è alimentato da una tensione sinusoidale di ampiezza e fase $V_1 = 3\text{V}$, $\varphi_1 = 15^\circ$. L'ampiezza e la fase della tensione di uscita valgono: $V_2 = 0.45\text{V}$, $\varphi_2 = -65^\circ$. Determinare la costante di attenuazione α in Neper e in deciBel e la costante di fase β .

$$[R: \alpha = 1.9\text{Np} = 16.5\text{dB}; \beta = 80^\circ]$$

5. Dimensionare i componenti L e C del filtro passa-basso di fig.17 sapendo che $R_S = R_L = 600\Omega$ e che si desidera una frequenza di taglio $f_t = 4\text{KHz}$.

$$[R: C = 133\text{nF}; L = 47.8\text{mH}]$$

6. Dimensionare i componenti L e C del filtro passa-alto di fig.18 sapendo che $R_S = R_L = 600\Omega$ e che si desidera una frequenza di taglio $f_t = 4\text{KHz}$.

$$[R: C = 33.2\text{nF}; L = 11.9\text{mH}]$$

7. Dimensionare i componenti del filtro passa banda a K costante di fig.19 sapendo che $R_L = 50\Omega$, $f_i = 200\text{Hz}$ e $f_s = 2\text{KHz}$.

$$[R: L_1 = 8.84\text{mH}; L_2 = 17.9\text{mH}; C_1 = 7.16\mu\text{F}; C_2 = 3.54\mu\text{F}]$$

8. Dimensionare i componenti del filtro annulli banda a K costante di fig.20 in modo che la frequenza di centro banda $f_0 = 50\text{KHz}$ sapendo che: $f_i = 48\text{KHz}$ e $R_L = R_S = 1\text{K}\Omega$. Si determini anche f_s .

$$[R: f_s = 52\text{KHz}; L_1 = 0.51\text{mH}; L_2 = 19.9\text{mH}; C_1 = 19.9\text{nF}; C_2 = 0.51\text{nF}]$$

9. All'uscita di un quadripolo alimentato da un generatore normale si ottiene la tensione $V = 0.5\text{V}$. Sapendo che il carico $R_L = 2.5\text{K}\Omega$, determinare i livelli assoluti di tensione, corrente e potenza.

$$[R: L_v = -3.81\text{dBv}; L_i = -16.21\text{dBi}; L_p = -10\text{dBm}]$$

10. All'uscita di un quadripolo alimentato da un generatore normale si misura la tensione efficace $V_u = 0.2\text{V}$. Determinare l'equivalente del quadripolo.

$$[R: E_q = 11.76\text{dB}]$$