

4. Modulazione di frequenza

La modulazione di frequenza FM (Frequency Modulation) consiste nel far variare la frequenza della portante in modo proporzionale all'ampiezza istantanea del segnale modulante. L'ampiezza del segnale FM è costante e coincide con quella della portante.

Detta ω_p la pulsazione della portante e supponendo il segnale modulante di tipo sinusoidale:

$$v_m(t) = V_m \cdot \cos \omega_m t \quad (18)$$

la pulsazione $\omega(t)$ del segnale modulato in frequenza sarà variabile come nella seguente relazione:

$$\omega(t) = \omega_p + K_f \cdot v_m(t) \quad (19)$$

dove K_f è una costante di proporzionalità. Combinando la (18) con la (19), si ha:

$$\omega(t) = \omega_p + K_f \cdot V_m \cdot \cos \omega_m t \quad (20)$$

La frequenza istantanea: $f(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi}$ vale:

$$f(t) = f_p + \frac{K_f \cdot V_m}{2\pi} \cdot \cos \omega_m t \quad (21)$$

La quantità:

$$\Delta f = \frac{K_f \cdot V_m}{2\pi} \quad (22)$$

è denominata *deviazione massima di frequenza*. La $f(t)$, pertanto, varia tra $f_p - \Delta f$ e $f_p + \Delta f$.

Da un punto di vista vettoriale il segnale FM è assimilabile ad un vettore di ampiezza V_p pari a quella della portante e velocità angolare $\omega(t)$ variabile come indicato dalla (19).

In fig. 17 si mostra la rappresentazione vettoriale di un segnale FM insieme ai tipici diagrammi temporali.

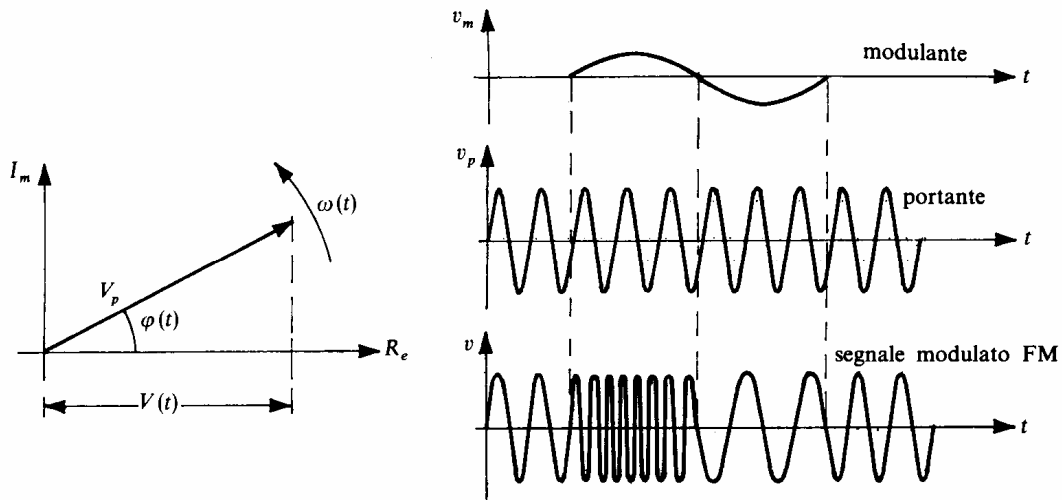


Fig. 17. Rappresentazione vettoriale e diagrammi di tempificazione di un segnale FM.

Poiché, per definizione, la velocità angolare è legata all'angolo di fase $\varphi(t)$ dalla relazione:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

si ha, tenendo conto della (19):

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(t) \cdot dt = \omega_p t + K_f \cdot \int_0^t v_m(t) \cdot dt \quad (23)$$

Se $v_m(t)$ è sinusoidale come nella (18), la precedente relazione fornisce:

$$\varphi(t) = \omega_p \cdot t + \frac{K_f \cdot V_m}{\omega_m} \cdot \text{sen } \omega_m t \quad (24)$$

L'espressione analitica del segnale FM risulta, pertanto:

$$v(t) = V_p \cdot \cos \varphi(t) = V_p \cos \left[\omega_p \cdot t + \frac{K_f \cdot V_m}{\omega_m} \cdot \text{sen } \omega_m t \right] \quad (25)$$

Il termine:

$$m_f = \frac{K_f \cdot V_m}{\omega_m} = \frac{K_f \cdot V_m}{2\pi f_m} = \frac{\Delta f}{f_m} \quad (26)$$

è detto indice o *profondità di modulazione* e rappresenta la massima deviazione della fase del segnale FM.

La relazione (25) è una funzione trigonometrica del coseno che, a sua volta, è funzione del $\text{sen } \omega_m t$.

Tali funzioni sono sviluppabili in una serie di armoniche mediante lo *sviluppo in serie di Bessel*.

Lo spettro di un segnale FM modulato da un'onda sinusoidale presenta infinite righe distanziate tra loro di multipli interi di ω_m , con ampiezze dipendenti dai fattori di Bessel J_n e quindi dall'indice di modulazione m_f .

Se il segnale modulante $v_m(t)$ è una generica funzione periodica si può scomporre in una somma di armoniche (Serie di Fourier) ad ognuna delle quali applicare la (27). Da quanto detto si deduce che lo spettro di un segnale FM è teoricamente infinito ma, in pratica, si trascurano le componenti più esterne e si assume vera la seguente formula di **Carson**:

$$B = 2(\Delta f + f_m) = 2f_m \cdot (m_f + 1) \quad (28)$$

dove f_m è la massima frequenza contenuta nel segnale modulante.

Nei sistemi di radiodiffusione si è fissato:

$$\Delta f = 75 \text{ KHz}; \quad f_m \leq 15 \text{ KHz (banda acustica)}$$

La banda B per un radiotrasmettitore FM vale:

$$B = 180 \text{ KHz} \quad (29)$$

Il campo di frequenze assegnate alle trasmissioni radiofoniche FM si estende tra 88MHz e 108MHz equivalente a più di 100 canali distinti.

In campo televisivo la banda assegnata ad ogni canale è di 8 MHz per l'UHF (300 MHz-3000 MHz) e 7 MHz per il VHF (30 MHz-300 MHz). In realtà il segnale TV è un segnale composito di cui la componente video è modulata in ampiezza e quella audio in frequenza e le due portanti sono separate tra loro di 5.5 MHz all'interno del canale video.

4.1. Modulazione di fase

La modulazione di fase PM (*Phase Modulation*) consiste nel far variare la fase del segnale portante in modo proporzionale dell'ampiezza istantanea del segnale modulante. Sia:

$$v_p(t) = V_p \cdot \cos \varphi(t) = V_p \cdot \cos(\omega_p t + \vartheta) \quad (30)$$

la portante sinusoidale da modulare e sia:

$$v_m(t) = V_m \cdot \cos \omega_m t \quad (31)$$

il segnale modulante. La fase istantanea del segnale modulato vale:

$$\vartheta(t) = K_p \cdot v_m(t) \quad (32)$$

con K_p costante di proporzionalità.

Tenendo conto della (30) si ricava l'espressione del segnale modulato in fase:

$$v(t) = V_p \cdot \cos[\omega_p t + K_p \cdot v_m(t)] \quad (33)$$

Nel caso di modulante $v_m(t)$ sinusoidale data dalla (31), si ottiene:

$$v(t) = V_p \cdot \cos(\omega_p t + K_p \cdot V_m \cdot \cos \omega_m t) \quad (34)$$

La quantità:

$$\Delta \vartheta = K_p \cdot V_m \quad (35)$$

è denominata *deviazione massima di fase*.

È interessante analizzare il legame tra la modulazione di frequenza e quella di fase. Dalla (33) si ricava che l'angolo istantaneo per una PM vale:

$$\varphi(t) = \omega_p t + K_p \cdot v_m(t) \quad (36)$$

Per la modulazione di frequenza l'angolo di fase è dato dalla (23) qui ripetuta:

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(t) \cdot dt = \omega_p t + K_f \cdot \int_0^t v_m(t) \cdot dt \quad (37)$$

Confrontando la (36) con la (37) si deduce che un segnale modulato in frequenza si può ottenere da un modulatore di fase a patto di integrare il segnale modulante; viceversa un segnale modulato in fase si può ottenere da un modulatore di frequenza derivando il segnale modulante.

In fig.19 sono sintetizzati con degli schemi a blocchi i concetti ora esposti.

Nella pratica la modulazione di fase è utilizzata per generare segnali modulati in frequenza secondo lo schema a blocchi di fig.19a).

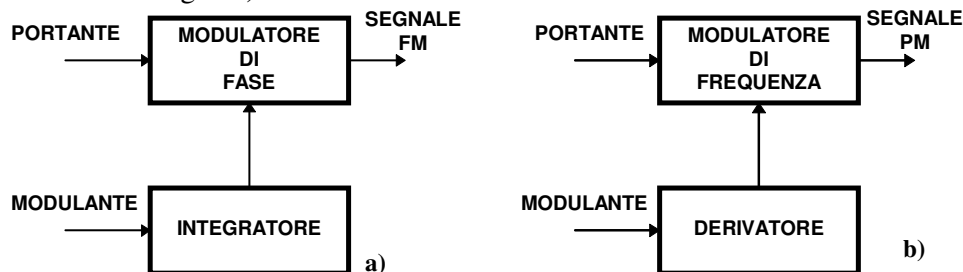


Fig. 19. - a) Modulatore FM ottenuto da un modulatore di fase;
b) Modulatore PM ottenuto da un modulatore di frequenza.

4.2. Potenza di un segnale FM e PM

Nella modulazione di frequenza o di fase l'ampiezza del segnale modulato resta inalterata ed è uguale a quella della portante. Poiché, come è noto, la potenza non dipende dalla frequenza ma solo dall'ampiezza, si deduce immediatamente che la potenza del segnale modulato in FM o in PM coincide con quella del segnale portante.

Nella modulazione di frequenza o di fase si ha, in realtà, una redistribuzione della potenza della portante nelle oscillazioni delle bande laterali. In altre parole, la potenza complessiva fornita dal trasmettitore, che in assenza di modulazione è concentrata tutta nella portante, è trasferita nelle bande laterali in funzione dei valori assunti dai coefficienti $J_n(m_f)$ di Bessel. Per alcuni valori di m_f , ad esempio $m_f \cong 5.5$, risulta $J_0 = 0$ per cui la portante è soppressa e la potenza è localizzata totalmente nelle bande laterali.

Sotto questo aspetto la modulazione di frequenza risulta vantaggiosa rispetto a quella di ampiezza.

4.3. Metodi per ottenere la modulazione di frequenza

La modulazione di frequenza si realizza impiegando due metodi fondamentali:

Il *metodo diretto* e il *metodo indiretto*.

Nel *metodo diretto* si parte da un oscillatore in alta frequenza a componenti discreti LC accordato sulla frequenza della portante, sicché l'oscillatore genera, in assenza di modulazione, il segnale portante a frequenza f_p . Come è noto in un oscillatore LC la frequenza di oscillazione f_0 vale:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (38)$$

E' intuitivo capire che se in parallelo al condensatore C si pone un dispositivo la cui capacità dipende dall'ampiezza del segnale modulante è possibile modificare la frequenza di risonanza dell'oscillatore in modo da ottenere un segnale modulato in frequenza.

Con il *metodo indiretto* la modulazione di frequenza è ottenuta sfruttando la modulazione di fase secondo la modalità mostrata nella fig.19a). Esistono, comunque, altri metodi indiretti per ottenere la FM che sfruttano le tecniche della modulazione digitale descritte nel successivo capitolo.

4.3.1 Modulatore FM con diodo varicap

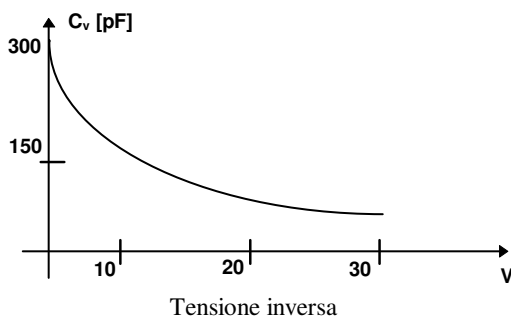


Fig. 20 Curva caratteristica di un diodo varicap.

Come è noto, un diodo *varicap* o *varactor* è un diodo al silicio che se polarizzato inversamente presenta ai suoi morsetti una capacità equivalente C_v che decresce all'aumentare del modulo della tensione inversa V secondo la seguente relazione approssimata:

$$C_v = \frac{C_0}{\sqrt{1+a|V|}} \text{ [pF]} \quad (39)$$

dove V è la tensione inversa applicata al diodo e i coefficienti C_0 e a sono caratteristici del dispositivo impiegato. Valori tipici sono:

$C_0 = 300 \text{ [pF]}$ e $a = 2 \text{ [V}^{-1}\text{]}$.

In fig. 21 si mostra lo schema elettrico di un modulatore FM con diodo varicap.

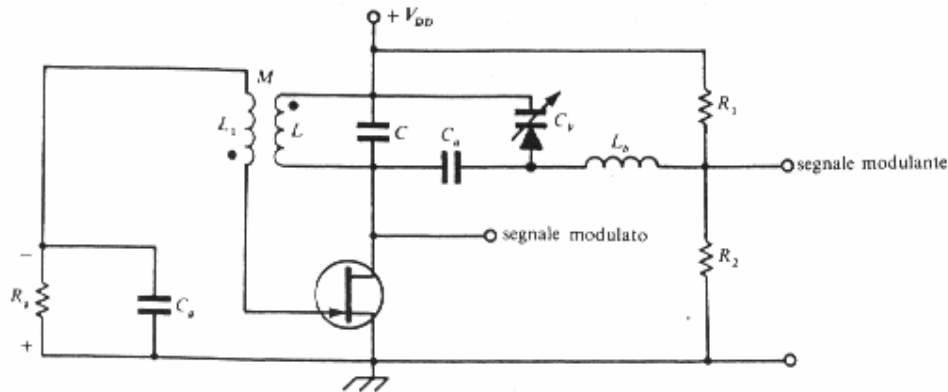


Fig.21 Modulatore FM a diodo varicap.

Il circuito è costituito da un oscillatore di Meissner avente in parallelo al circuito risonante LC il diodo varicap C_v . I morsetti del diodo varicap sono connessi da un lato all'alimentazione V_{DD} e dall'altro ad un partitore resistivo R_1 - R_2 a componenti uguali da cui si immette il segnale modulante. In assenza di segnale modulante la tensione ai capi del diodo varicap è:

$$V_{D0} = V_{DD} - \frac{V_{DD}}{2} = \frac{V_{DD}}{2} \quad (40)$$

Sostituendo la (40) nella (39) si ricava il valore C_{v0} in assenza di modulazione.

La capacità di accoppiamento C_a è scelta in modo da comportarsi come un cortocircuito per il segnale portante e un circuito aperto per quello modulante. L'induttore di blocco L_b ha un comportamento esattamente opposto a quello di C_a .

La frequenza di oscillazione in assenza di segnale modulante coincide con quella della portante e vale:

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C + C_{v0})}} \quad (41)$$

In presenza di segnale modulante, di ampiezza V_m sufficientemente minore di V_{DD} , la capacità C_v varia e con essa la frequenza del segnale di uscita che risulta, pertanto, modulato in frequenza.

I modulatori FM che impiegano il metodo diretto presentano l'inconveniente di avere una stabilità in frequenza piuttosto bassa e legata esclusivamente alla bontà del circuito risonante LC dell'oscillatore. Tale tecnica, pertanto, non può essere utilizzata nella costruzione dei trasmettitori FM per radio diffusione dove è richiesta una notevole stabilità in frequenza per impedire l'interferenza tra stazioni operanti su canali adiacenti

Per ottenere modulatori FM ad elevata stabilità in frequenza si ricorre al metodo di modulazione indiretto basato sulla modulazione di fase o a modulatori FM a circuito integrato che sfruttano l'elevata stabilità dei dispositivi a PLL.

4.4 Demodolazione FM

La demodolazione FM è l'operazione, compiuta al ricevitore, che consente di estrarre dal segnale modulato in frequenza il segnale modulante.

Il principio fondamentale su cui si basano i classici demodulatori FM è quello della conversione del segnale modulato in frequenza, in un segnale modulato in ampiezza. Successivamente tale segnale è demodulato come un normale segnale AM al fine di ricostruire l'informazione originaria.

I dispositivi elettronici che realizzano la demodolazione FM attraverso la conversione da FM in AM sono denominati *discriminatori di frequenza*.

La demodolazione di un segnale FM si può realizzare anche utilizzando metodi e principi diversi dalla conversione frequenza-ampiezza tipica dei discriminatori di frequenza. A questa categoria appartengono i demodulatori a sfasamento come il *demodulatore in quadratura* e il *demodulatore a PLL* (Phase Locked Loop). Questi dispositivi sono disponibili in circuito integrato e costituiscono la soluzione attualmente più utilizzata.

4.4.2. Demodulatore FM in quadratura

Nel demodulatore FM in quadratura la ricostruzione del segnale modulante si ottiene mediante due operazioni distinte:

- 1) trasformazione del segnale modulato FM in un segnale impulsivo con durata degli impulsi proporzionale all'ampiezza del segnale modulante;
- 2) rivelazione del valore medio del segnale impulsivo.

In fig. 29 si riporta lo schema di principio di un demodulatore in quadratura.

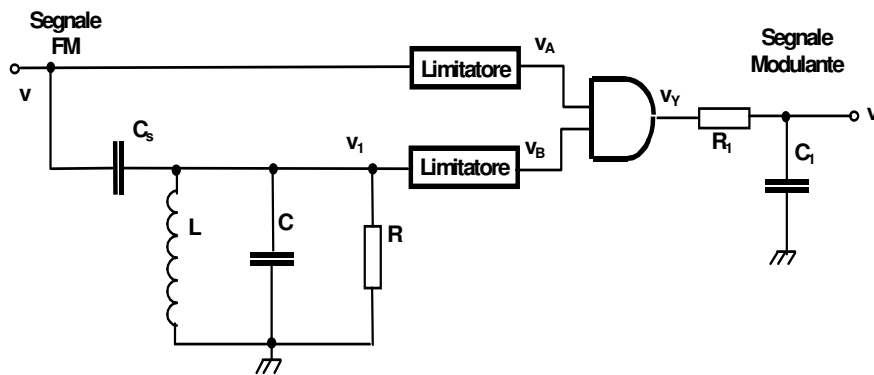


Fig.29 Demodulatore FM in quadratura

Il segnale modulato FM è inviato ad un ingresso di una porta logica AND dopo che ha attraversato un circuito limitatore che ha il solo compito di trasformare il segnale analogico sinusoidale in un segnale impulsivo. Il limitatore è sostanzialmente un comparatore che trasforma il segnale analogico sinusoidale in un segnale digitale in cui il livello alto corrisponde alla semionda positiva e il livello basso a quella negativa. Il segnale FM giunge in forma digitale anche all'altro ingresso della porta logica AND dopo aver attraversato il condensatore di sfasamento C_s e il circuito risonante RLC accordato sulla frequenza della portante f_p .

In assenza di modulazione il circuito risonante ha un comportamento puramente resistivo e la tensione v_1 vale:

$$v_1 = v \cdot \frac{R}{R - jX_{C_s}} \quad (49)$$

Supponendo che $R \ll X_{C_s}$ la (49) diventa:

$$v_1 = j2\pi f_p R C_s \cdot v \quad (50)$$

La precedente relazione mostra che in assenza di modulazione il segnale v_1 è sfasato di 90° in anticipo rispetto a v (condizione di quadratura).

In fig.30 si riporta il diagramma di tempificazione relativa ai segnali v_A , v_B e v_Y in assenza di modulazione. Si tenga conto che uno sfasamento di 90° in regime sinusoidale equivale ad una traslazione di un tempo pari a $T/4$ in regime impulsivo.

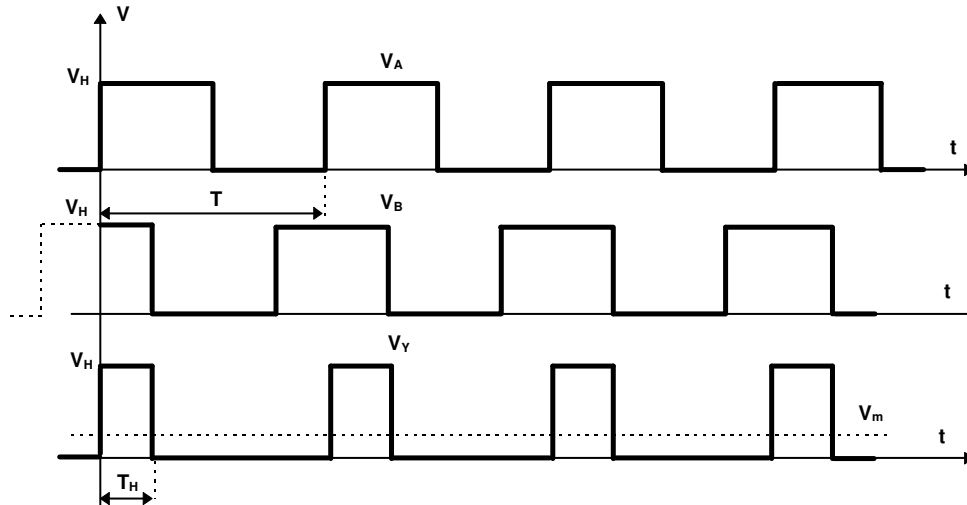


Fig. 30 Diagramma di tempificazione del demodulatore in quadratura.

Il filtro passa basso $R_1 C_1$ fornisce il valore medio V_m della tensione di uscita della porta AND. Dalla fig. 30 si ricava che tale valore vale:

$$V_m = \frac{V_H \cdot T_H}{T} \quad (51)$$

In assenza di modulazione $T_H = T/4$, per cui: $V_m = V_H/4$.

In presenza di modulazione la frequenza f è diversa da f_p per cui il circuito RLC non è in risonanza e la tensione v_1 ai suoi capi è sfasata di un angolo diverso da 90° rispetto alla tensione v .

In particolare si ha:

- per $f < f_p$ il comportamento del circuito risonante è di tipo induttivo, lo sfasamento della tensione v_1 rispetto alla v è maggiore di 90° e T_H è minore di $T/4$;
- per $f > f_p$ il comportamento del circuito risonante è di tipo capacitivo, lo sfasamento della tensione v_1 rispetto alla v è minore di 90° e T_H è maggiore di $T/4$.

Le variazioni di T_H , proporzionali alle variazioni di frequenza del segnale FM, producono corrispondenti fluttuazioni nella tensione di uscita V_m che risulta, pertanto proporzionale all'ampiezza del segnale modulante. La linearità nella demodulazione è garantita solo se la deviazione di frequenza Δf del segnale FM è piccola rispetto alla larghezza di banda B del circuito risonante. Si può dimostrare che se $B > 5 \cdot \Delta f$ la distorsione armonica totale introdotta dal demodulatore è contenuta entro l'1%.

Un circuito integrato che impiega la tecnica del demodulatore in quadratura è l'LM3089 della National Semiconductor che contiene al suo interno ulteriori stadi di amplificazione, attenuazione del rumore e controllo automatico del guadagno e della frequenza.